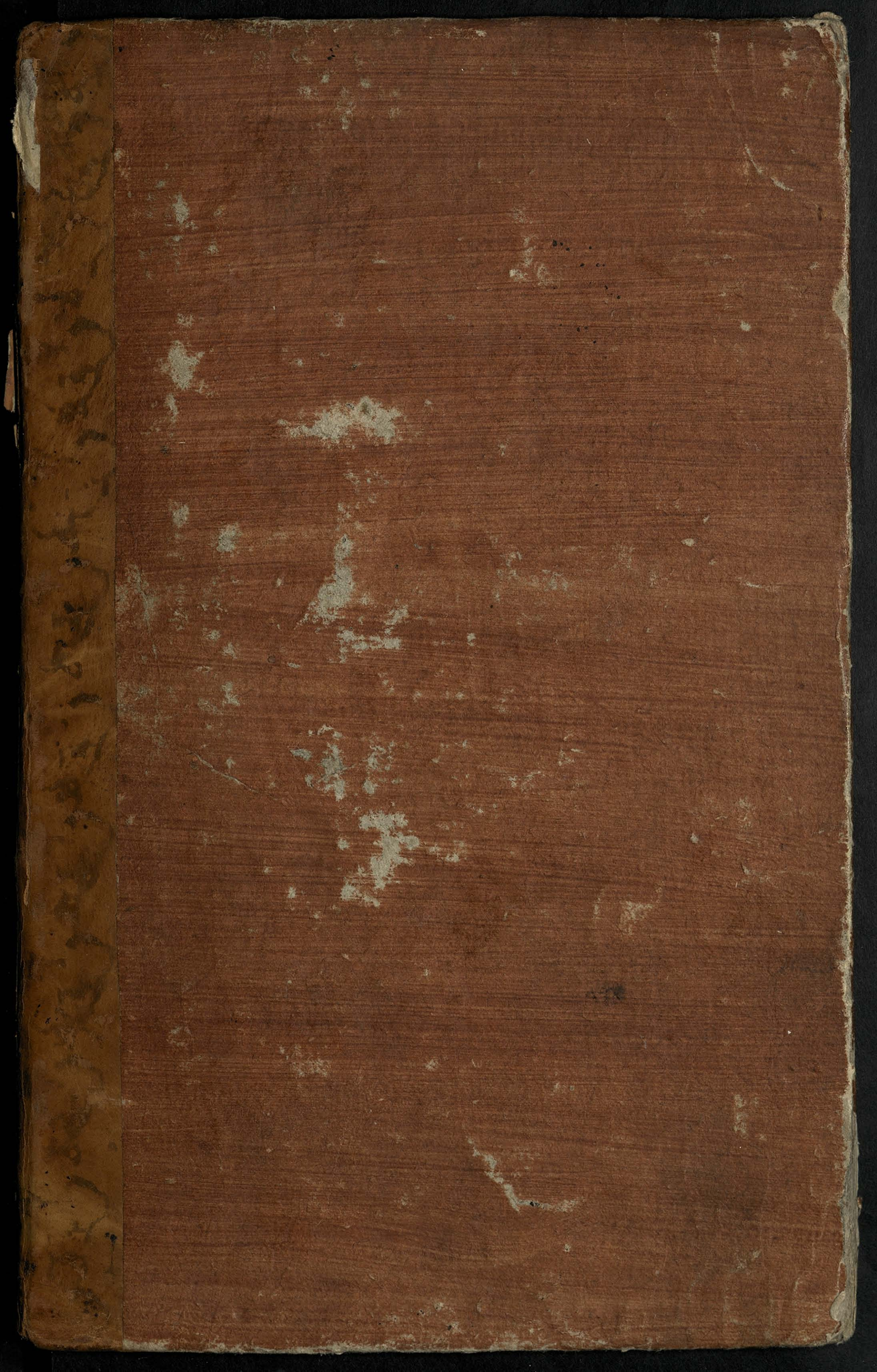
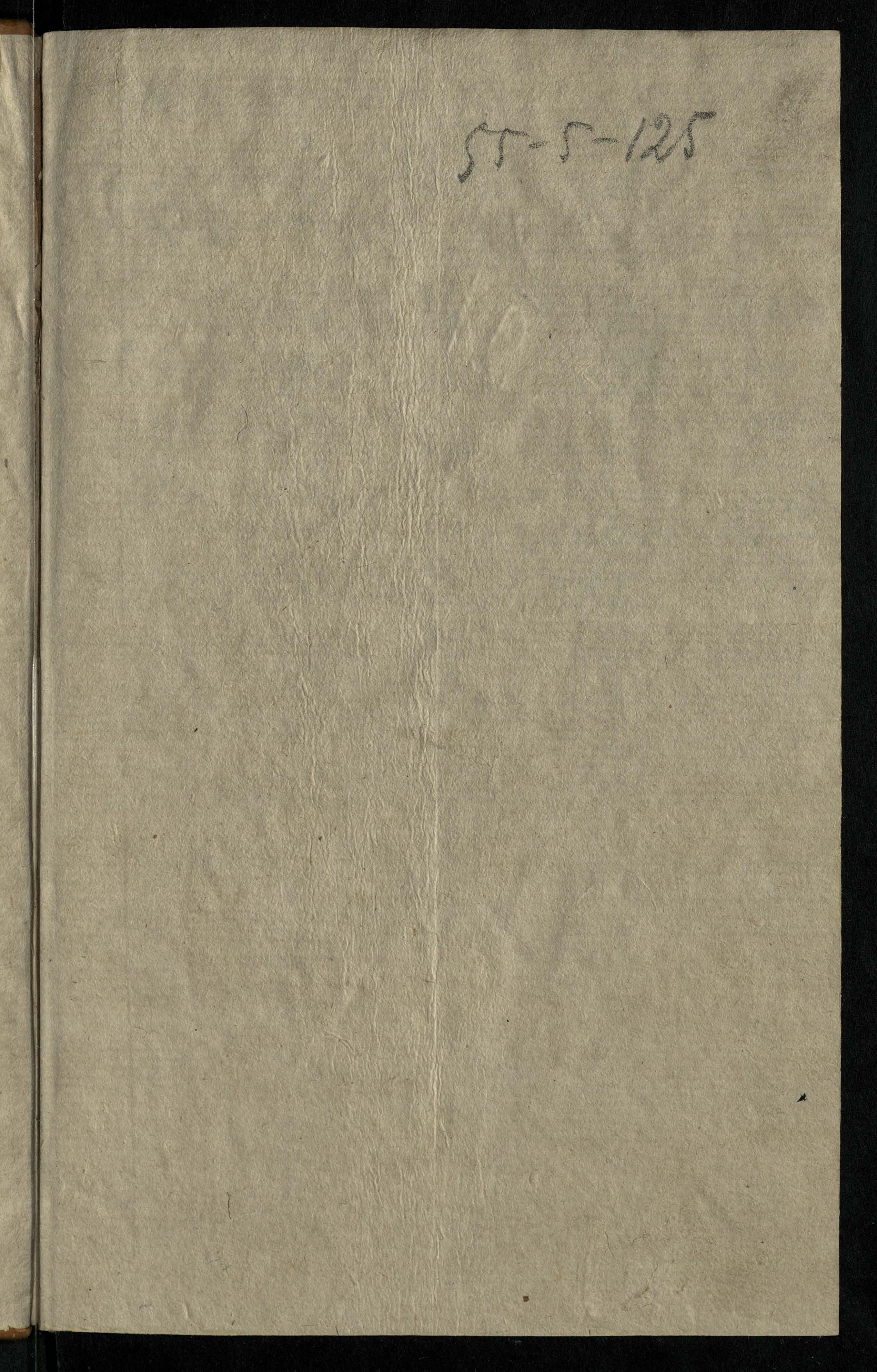
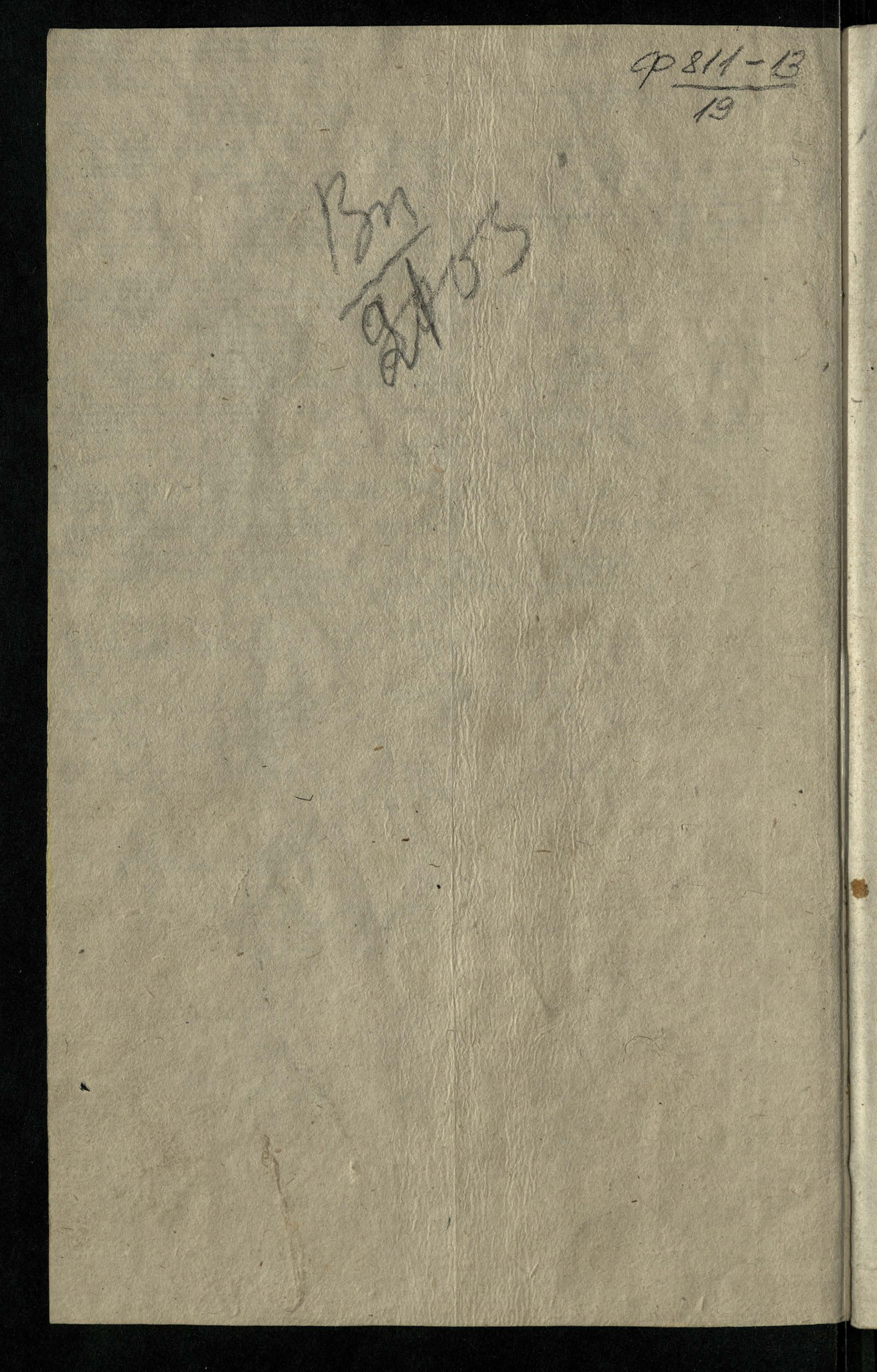



№ Сочинения
6880.
№ Волюма
1357.
№ Шкапа
25.
№ Полки
4.
БИБЛІОТЕКА ГЕНЕРАЛЬНАГО ШТАБА


55-5-125



Ю. ФРИДЕРИКА

ВЕЙДЛЕРА АРИѲМЕТИКА,

ПЕРЕВЕДЕННАЯ

СЪ

ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА

МАГИСТРОМЪ

Дмитріемъ Аничковымъ,

Исправленная и дополненная

МАГИСТРОМЪ

Александромъ Барсовымъ.

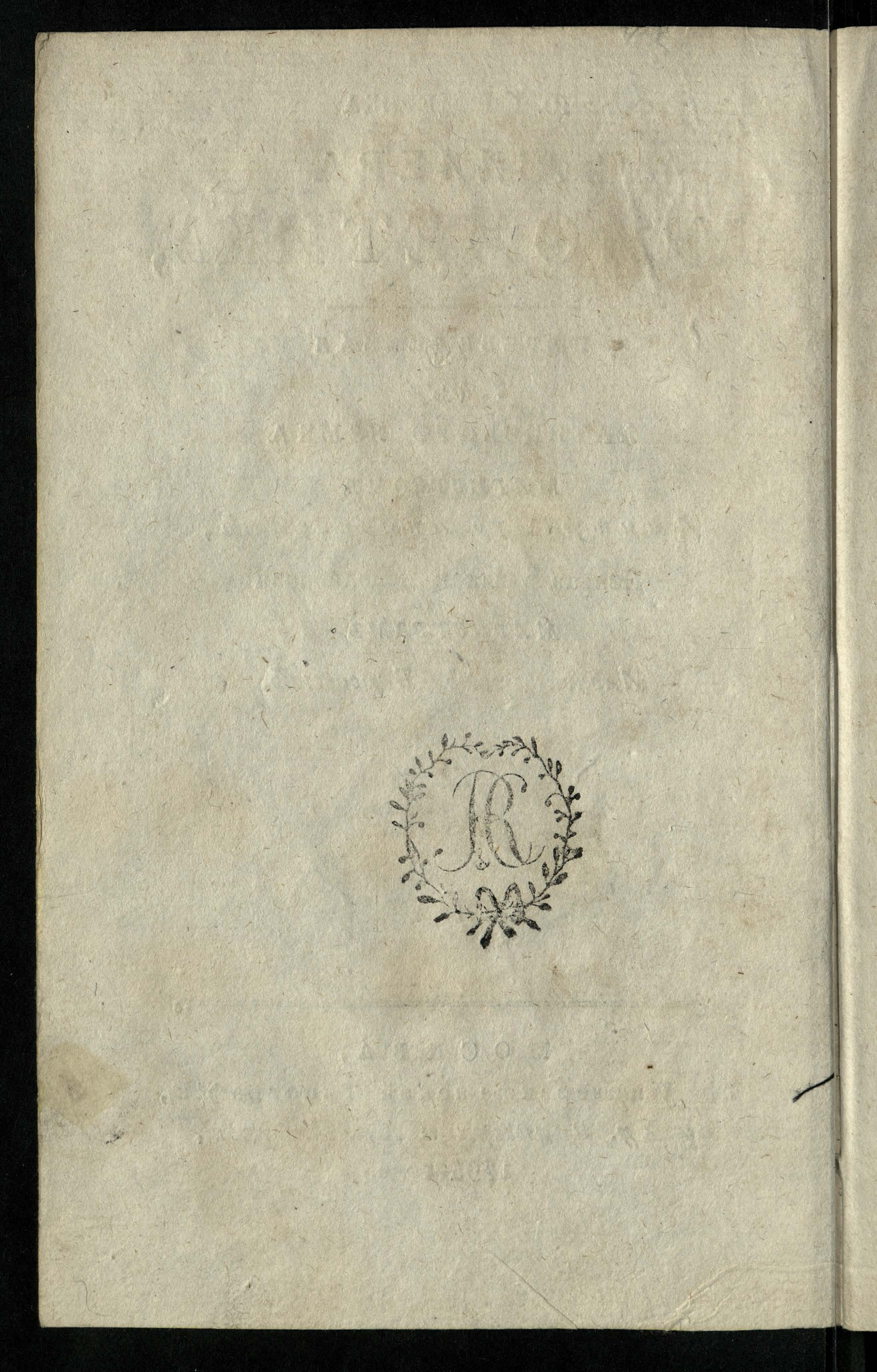


МОСКВА,

Въ Университетской Типографіи,

у Хр. Ридигера и Хр. Клаудія,

1795 года.





НАСТАВЛЕНІЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ
ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЯ,
ИЛИ
ОПИСАНІЕ ВООБЩЕ
О
МАТЕМАТИКѢ
И
ЕЯ ЧАСТЯХЪ,
И О СПОСОБѢ
Математическомъ.

§. 1.

Коликимъ (Quantum) называется всякая вещь, которая увеличена и уменьшена быть можетъ.

§. 2.

Содержаніе (Ratio) есть взаимное отношеніе коликихъ одинакаго роду, въ разсужденіи величины ихъ.

§. 3.

Количество (Quantitas) есть опредѣленное содержаніе коликихъ одинакако роду.

На пр. когда число сравнивается съ единицею, и опредѣляется, сколько оное сію въ въ себѣ содержитъ: то чрезъ сіе количество числа познается. Или, когда прямая линѣя извѣстной длины принимается за единицу, и сравнивается съ другою большею прямоюжъ линѣею. Ибо количество большой линѣи опредѣляется тѣмъ, когда извѣстно будетъ, сколько разъ большая линѣя содержитъ въ себѣ меньшую.

§. 4.

И такое изслѣдованіе содержанія вещей коликихъ, *измѣреніемъ* (Mensio), а меньшое коликое, которое сравнивается съ большимъ, *мѣрою* (Mensura) онаго называется.

§. 5.

Науки, кои показываютъ сравненіе и и измѣреніе вещей коликихъ, имѣютъ всеобщее названіе *ученій* (Μαθήσεως и μαθημάτων), или Математика (Mathesis) *есть наука о количествѣ*; и кажется, что сіе общее имя науки какъ для древности, такъ и для точнаго доказательства каждой истинны, дано тѣмъ наукамъ, и соблюдено было отъ потомковъ.

§. 6.

А какимъ образомъ раздѣлять Математическія науки, то показываетъ разсматриваніе ихъ предмета. Ибо два только суть рода коликихъ: нѣкоторыя изъ нихъ состоятъ

ятъ изъ частей между собою несоединенныхъ, или раздѣльныхъ, а другія изъ частей соединенныхъ. Въ разсужденіи первыхъ, *количество раздѣльное* (Quantitas diſcreta), или *число* (Numerus) и *множество* (Multitudo); а въ разсужденіи послѣднихъ, *количество непрерывное* (Quantitas continua), или *протяженіе* (Extenſio) и *величина* (Magnitudo) называется.

§. 7.

О количествѣ раздѣльномъ, или числѣ, (1) *Ариѳметика* (Arithmetica); о количествѣжъ непрерывномъ, или протяженіи, (2) *Геометрія* (Geometria) толкуетъ. Изъ сихъ двухъ частей состоитъ *Математика чистая* (Matheſis pura), въ которой преподаются собранныя изъ подобія вещей, и отъ матеріи отдѣленныя всеобщія понятія о коликихъ.

§. 8.

И такъ къ Математикѣ чистой принадлежитъ также (3) *Ариѳметика всеобщая* (Arithmetica vniuerſalis) или *Аналитика* (Analyſis); поелику въ ней показывается способъ находить коликія помощію сравненія и всеобщаго изчисленія. Сію на концѣ положить за благо разсуждено для того, дабы разумъ нашъ, будучи напередъ нѣсколько въ силу приведенъ и укрѣпленъ знаніемъ Математи-

тическихъ истиннъ, могъ и скорѣе понимать способы ея, и употреблять оные въ свою пользу съ лучшимъ успѣхомъ.

§. 9.

Но какъ Математика весьма способствуетъ къ распространенію и изъясненію естественной науки, потому что количество есть свойство всѣмъ тѣламъ общее; того ради давно уже на сей конецъ какъ Египтяне, такъ и Греки въ ней упражнялись. И такъ оттуда получила свое начало *Математика смѣшенная* (Mathesis applicata, sive mixta), содержащая въ себѣ нѣкоторыя главы изъ Физики, помощію чистой Математики, въ видъ науки обращенныя. Такимъ образомъ Геометрія, употребленная въ помощь для измѣренія линѣй, или лучей свѣта, произвела (4) *Оптику* (Opticam), которая, по причинѣ троякаго различія свѣта, составляетъ также три части, то есть *Оптику* (Opticam), собственно такъ названную, о прямыхъ лучахъ свѣта; *Катоптрику* (Catoptricam) объ отраженныхъ, и *Діоптрику* (Dioptricam) о преломленныхъ лучахъ. Также Оптика, будучи соединена съ началами Ариѳметики, Геометріи и особенными опытами, полагаетъ основанія (5) *Астрономіи* (Astronomiae), или наукѣ о движеніи, величинѣ и разстояніи звѣздъ, и

о взаимныхъ ихъ положеніяхъ. Изъ Астрономіижъ выводятся главнѣйшія начала, нужныя для измѣренія земли, то есть, для сочиненія (6) *Географіи* (Geographiam), и другія истинны, кои служатъ для измѣренія и раздѣленія времени; откуда (7) *Хронологія* (Chronologia) и (8) *Гномоника* (Gnomonica) получили свое начало. Равнымъ образомъ чрезъ Ариѳметику и Геометрію наука о движеніи и тяжести тѣлъ исправляется и получаетъ приращеніе; по чему Математика смѣшенная содержитъ въ себѣ также и (9) *Механику* (Mechanicam), или общую науку о движеніи тяжелыхъ тѣлъ; также (10) *Идростатику* (Hydrostaticam), или особенную науку о сысканіи вѣса какъ жидкихъ, такъ и твердыхъ тѣлъ, которыя поверьхъ жидкаго тѣла плаваютъ, или въономъ утопаютъ, и (11) *Аерометрію* (Aërometriam), или *Аеростатику* (Aerostaticam), о измѣреніи жидкаго воздушнаго тѣла, и (12) *Идравлику* (Hydraulicam), которая принадлежитъ особливо до движенія и возвышенія жидкихъ тѣлъ. Наконецъ, ежели къ доводамъ чистой Математики присовокуплены будутъ другіе, кои или Механика, или опытъ въ томъ родѣ производитъ, составляются изъ того Архитекторскія науки, то есть (12) *Архитектура гражданская* (Architectura civilis), и (14) *военная* (militaris), изъ коихъ

ихъ одна показываетъ, какъ украшать городъ строеніями; а другая, какъ укрѣплять и защищать оной противъ непріятельскаго нападенія.

§. 10.

И такъ изъ показанныхъ четырнатцати частей состоитъ цѣлая Математика, какъ *чистая*, такъ и *смѣшенная*. Ибо *Тригонометрія плоская* и *сферическая* (Trigonometria plana & ſphaerica) составляютъ особливыя главы въ Геометріи о исправномъ рѣшеніи плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ, такъ что знавъ три части треугольника, можно будетъ сыскать и прочія. *Музыка* жъ (Muſica) опускается, которая еще въ древнія времена отъ послѣдователей Пиѳагоровой Философіи причислена была къ Математическимъ наукамъ. См. коммент. Прокл. на Эвклид. стран. 11. издан. на Греч. язык. въ Базелѣ I. Герваг. Ибо она немногія токмо начала заимствуетъ изъ Ариѳметической науки о пропорціяхъ, но болѣе въ томъ способствуетъ разумъ и острота мастера, которой умѣетъ многими разными образами перемѣшивать пріятные звуки.

§. 11.

Исторія о Математикѣ кратко предложена быть не можетъ; чего ради объ оной при началѣ каждой части удобнѣе упоминает-

нается. Прочеежъ въ самомъ преподаваніи вездѣ дополняется приведеніемъ изобрѣтеній, Математиками учиненныхъ. Однако здѣсь надлежитъ упомянуть о томъ, что мы ничего извѣстнаго не имѣемъ о первыхъ Авторахъ и изобрѣтателяхъ Математики. Греческіе писатели свидѣтельствуютъ, что Египтяне и Халдеи еще въ древнія времена знаніемъ сихъ наукъ славны были, и сказываютъ, что первые изобрѣли Геометрію, когда межи полей, отъ ежегоднаго наводненія рѣки Нила въ непорядокъ приведенныя, возобновлять старались. С. Геродот. книг. 2 стран. 68 изд. Стеф. Прокл. въ упомянутыхъ комментаріяхъ, стран. 19; а послѣдніе, то есть Халдеи, занимались наипаче наблюденіемъ звѣздъ, и изобрѣтеніемъ Астрономіи похвалу себѣ заслужили. См. Діодор. Сицил. *Библіот. истор.* кн. 2. гл. 3. Отъ Египтянъ же, *Ѳалесъ* и *Пиѳагоръ*, въ началѣ шестаго вѣка прежде Эры Христіанской, перенесли Математическія науки въ Грецію, которыя потомъ привели Греки въ лучшій порядокъ, и умноживъ оныя, письменно предали потомкамъ. Въ чемъ предъ прочими Александрійскіе Математики, и ихъ ученики, *Эвклидъ*, *Аполлоній*, *Архимедъ*, *Иппархъ*, *Ѳеодосій*, *Птоломей*, *Діофантъ*, *Ѳеонъ*, *Эвтоцій*, *Паппъ*, и другіе похвалу себѣ заслуживаютъ. Въ Александрійской школѣ сіи на-

науки послѣ Рождества Христова нѣсколько еще вѣковъ процвѣтали, пока отъ нападенія Аравлянъ любители тѣхъ наукъ не разбѣжались по разнымъ мѣстамъ. Между тѣмъ и сами Аравляне любили Математическія науки, и по тому славнѣйшія Грековъ сочиненія перевели они на свой языкъ, и распространили оныя до Европейцовъ, прежде нежели симъ извѣстны стали Греческія сочиненія. Наконецъ Европейцами, послѣ того, какъ у нихъ возстановлены были науки, вся Математика, по разсмотреніи самыхъ ея источниковъ, чуднымъ образомъ исправлена и важными дополненіями умножена такъ, что нынѣ совсѣмъ новой видъ имѣетъ. Впрочемъ исторію о древней Математикѣ обстоятельнѣе можно узнать изъ книги Діогена Лаерція *о жизни Философовъ*, а особливо Ѳалеса и Пиѳагора; также изъ вышепомянутыхъ Прокла Діадоха коммент. на первую книгу Эвклидову. Между новѣйшимижъ объ оной вообще предлагаютъ Петръ Рамъ *Школ. Математ.* кн. 1. Іос. Бланканъ въ *Хронологіи Математиковъ*. Г. І. Воссій въ тракт. о *свойствѣ* и *учрежденіи Математики*, и К. Ф. Миллієтъ Дешале въ тракт. о приращеніи *Математики и о славныхъ Математикахъ*, том. І. Матем. курс. Но всѣхъ ихъ превосходитъ Монтюкла, въ *Исторіи о Математикѣ*, Пар. 1758. том. II. 4.

§. 12.

§. 12.

Порядокъ, которой наблюдаютъ учители Математики какъ въ доказательствѣ истиннъ, такъ и въ сочиненіи наукъ, называется *Математическимъ способомъ* (Methodus Mathematica). Вся сила сего порядка состоитъ въ томъ, чтобъ дѣлать начало отъ первыхъ и самыхъ легчайшихъ понятій о вещахъ коликихъ, и оттуда выводить первыя истинны, а изъ сравненія и соединенія сихъ между собою находить новыя втораго роду предложенія, и все въ самомъ преподаваніи располагать такъ, чтобъ начала послѣдующихъ предложеній содержались въ предъидущихъ; о которомъ способѣ разсуждая Цицеронъ, въ кн. 5. гл. 28. De finibus bonorum & malorum, говоритъ: *въ Геометріи естьли допустить первое, то уже все допускать должно.*

§. 13.

Чтобъ соотвѣтствовать законамъ сего правила, то надлежитъ, какъ сказано, производить начало отъ первыхъ понятій о вещахъ въ разсужденіе принимаемыхъ, и о томъ прилѣжно стараться, дабы оныя надлежащимъ образомъ изображаемы были, и никакому сомнительству и темнотѣ не подлежали: и какъ различія понятій обстоятельно изъяснилъ Лейбницій Act. Erud. 1684. год. стр.

стр. 537; того ради объ оныхъ нѣчто здѣсь упомянемъ. *Понятіе* (notio) есть представленіе, или воображеніе вещи въ умѣ. То понятіе называется *яснымъ* (clara), котораго довольно къ разпознанію какой вещи и къ различенію оной отъ другихъ; *темнымъ* же (obscura), котораго не довольно къ разпознанію какой вещи. Но ясность понятія увеличивается тѣмъ, естьли оно сверьхъ того будетъ *подробное* (distincta), то есть, ежели мы будемъ имѣть ясныя понятія о тѣхъ примѣтахъ, кои во время какого воображенія намъ представляются. Сему противополагается понятіе *сбивчивое* (confusa); въ которомъ недостаетъ ясныхъ понятій о тѣхъ примѣтахъ. Напослѣдокъ ясность понятія бываетъ совершенная, естьли оно сверьхъ того будетъ *полное* (adaequata), то есть такое, въ которомъ будутъ находиться ясныя и притомъ подробныя понятія о примѣтахъ соединяющихся для воображенія онаго; но когда ихъ недостаетъ, тогда хотя понятіе ясное и подробное бываетъ, токмо *неполное* (inadaequata) отъ Лейбниція называется.

§. 14.

Изъясненіе о понятіяхъ въ Математикѣ содержатъ *опредѣленія* (Definitiones), которыя во всякой наукѣ занимаютъ первое мѣсто.

мѣсто. Какаяжъ какого Математическаго опредѣленія сила должна быть, то изъ вышеписаннаго ясно познать можно; то есть, стараться надлежитъ, чтобъ о всякой вещи, которая принимается въ разсужденіе, ясныя, подробныя и сколько можно полныя понятія производимы были. Опредѣленія суть двоякаго рода: одно *опредѣленіе имени* (Definitio nominalis), въ которомъ исчисляются знаки, довольные для различенія одной вещи отъ другихъ; другое *опредѣленіе вещи* (Definitio realis), въ которомъ показывается происхожденіе вещи, отъ котораго свойство ея зависитъ. Обоего рода опредѣленія составляются, разсматривая прилѣжно какъ общія, такъ и особенныя свойства вещей; понеже изъ оныхъ выводится понятіе о родѣ, а изъ сихъ о видѣ, или различіи специальномъ. Но какъ видъ яснѣе понимать можно, естьли способъ, чрезъ которой вещь получила бытіе, будетъ извѣстенъ; того ради надлежитъ имѣть стараніе о томъ, чтобъ объ ономъ, естьли можно, пріобрѣсть понятіе; что въ Математическихъ доводахъ лучше, нежели въ другомъ мѣстѣ, обыкновенно удается. Гдѣжъ происхожденія вещи совсѣмъ узнать не можно, то въ такомъ случаѣ довольно только знать ея свойства, и опредѣленіе, которое изъясняетъ оныя свойства и существенныя качества,

ства, почитается тогда за опредѣленіе вещи. См. Барров. Матем. Лекц. 7. стран. 309.

§. 15.

За опредѣленіями слѣдуютъ *Аксіомы* (Axiomata), то есть первыя истинны, которыя тотчасъ происходятъ изъ опредѣленій, и не требуютъ особливаго доказательства.

§. 16.

Къ симъ аксіомамъ древніе обыкновенно присовокупляли, или напереди ихъ полагали *требованія* (Postulata), чрезъ которыя отъ читателей требовали, чтобъ позволено было изображать понятія о количествахъ въ умѣ представленныя или отвлеченныя, чрезъ нѣкоторое подобіе, глазами видимое. И сіе дѣлали для того, чтобъ несовершенства знаковъ, или изображеній, не были приписываемы отвлеченнымъ понятіямъ, и тѣмъ бы самымъ не портили доказательства. Какъ на пр. Эвклидъ въ началѣ Элементовъ требуетъ, чтобъ можно было провести, или продолжить линѣю. Но понеже доказательство не къ недостаточнымъ линѣямъ, которыя проводятся грифелемъ, но къ отвлеченнымъ и въ умѣ представленнымъ и недостатка неимѣющимъ относится, и черченіе, или изображеніе линѣй, или числа, дѣлается для одной токмо способности вообра-

же-

женія, и для вспоможенія внятнѣйшему размышленію, которое вспоможеніе познанія справедливой читатель ни мало не будетъ охуждать: то слѣдуетъ, что требованія безъ урону Математическаго доказательства опущены быть могутъ. Проклъ въ упомянутомъ мѣстѣ, стран. 22 обЪявляетъ, что требованія прежде сего также назывались *положенія* (hypotheses).

§. 17.

Послѣ опредѣленій и аксіомъ слѣдуютъ *Теоремы* (Theoremata), или истинны втораго роду, въ которыхъ дѣлается сравненіе нѣскольких опредѣленій и аксіомъ.

§. 18.

Но какъ познаніе Математическихъ истиннъ должно быть полезное, того ради оныя употребляются къ рѣшенію нѣкоторыхъ вопросовъ; и такія предложенія, которыя учатъ употребленію истиннъ къ рѣшенію какого дѣла, называются *задачи* (problemata).

§. 19.

Изъ Теоремъ иногда познаются *прибавленія* (Consectaria), или непосредственно слѣдующія изъ Теоремъ истинны, которыя не утверждаются особливымъ доказательствомъ, но ясно изъ доказанныхъ уже происходятъ. Такія прибавленія могутъ присовокупляемы быть

и

и къ задачамъ, когда изъ предложенной практики другая при томъ явствуетъ. Присовокупляются же и къ опредѣленіямъ, и тогда уподобляются аксіомамъ.

§. 20.

Напослѣдокъ между предложеніями, о которыхъ до сихъ мѣстъ говорено, находятся *примѣчанія* (scholia), въ коихъ преподаются нѣкоторыя замѣчанія, служащія къ подробнѣйшему изъясненію предложеннаго.

§. 21.

Сказано уже, что истинны втораго рода требуютъ доказательства. А сіе состоитъ въ умозаключеніи, или въ Силлогизмѣ, помощію котораго, сравнивъ между собою понятія и истинны какъ первыя, такъ и вторыя, прежде уже изъясненныя и нужныя для уразумѣнія предложенія, доказывается, что предложенная Теорема справедлива, или нѣкоторая практика сдѣлана надлежащимъ образомъ. Однако за ненужное почитается, чтобъ доказательства задачъ всегда въ особливости предлагаемы были. Ибо когда тѣхъ истиннъ, на которыхъ утверждается справедливость дѣйствія, связь извѣстна, то довольно, естьли объ оныхъ въ самомъ *рѣшеніи* (resolutione) (ибо такимъ образомъ называется исчисленіе правилъ, для совершенія какого дѣла и рѣше-

нія

нія практики служащихъ), кратко упомянуто будетъ; или, для сокращенія, одни только числа тѣхъ параграфовъ, въ которыхъ содержатся основанія такой практики, приписаны будутъ. См. Вейгел. Тр. о *доказательствѣ Аристотелико-Эвклидовомъ, отдѣл.* 3.

§. 22.

На концѣ Теоремъ древніе обыкновенно прилагали слѣдующую формулу: *что надлежало доказать* (quod erat demonstrandum); а послѣ задачъ полагали такое заключеніе: *что надлежало сдѣлать* (quod erat faciendum). Сіе дѣлали они для того, чтобъ предложенія теоретическія и практическія различены были между собою нѣкоторымъ знакомъ; естьлижъ въ самомъ началѣ тотчасъ упомянуто будетъ объ имени Теоремы или задачи, то по справедливости выпускаются оныя заключительныя формулы.

§. 23.

Кромѣ сихъ названій, при толкованіи Математическихъ доводовъ употребляемыхъ, иногда случается имя *Леммы* (Lemmatis), которая означаетъ вспомогательное доказываемое предложеніе, для одного или множайшихъ слѣдующихъ предложеній принимаемое. Изъ чего явствуетъ, что въ сочиненіи какой науки многія предъидущія истины будутъ Леммы послѣдующихъ; одна-

ко между шѣмъ названіе Леммы не безприлично приписывается шому предложенію, кошорое не принадлежишъ къ насшоящему мѣсшу, но берешся изъ другаго, и упошребляешся для уразумѣнія нѣкошорыхъ Теоремъ или задачъ. О упошребленіи Леммъ у древнихъ Машемашиковъ упоминаешъ Проклъ на сшран. 58.

§. 24.

Все, что до сихъ поръ еще ни было говорено о способѣ Машемашиковъ, главнѣйше служишъ въ чисшой Машемашикѣ, содержанію кошорой свойсшвенна шакая ясносшь, что при исшолкованіи онаго могушъ наблюдены бышь законы обсшояшельнѣйшаго и совершеннѣйшаго порядка. Но въ смѣшенной Машемашикѣ не рѣдко нѣчто надлежишъ опускашь изъ оной сшрогосши доказашельсшвъ, когда, по причинѣ происходящей изъ самыхъ вещей неясносши, не можно будешъ имѣшь ясныхъ опредѣленій и аксіомъ. Чего ради хошя и будемъ сшарашься о шомъ, чшобы въ оной упошреблять шошъ же порядокъ, кошорой упошребляешся и въ чисшой Машемашикѣ; однако иногда другія предложенія сверьхъ помянушыхъ, шо есшь, положенія и наблюденія, надлежишъ присовокуплять къ первымъ.

§. 25.

§. 25.

Положенія суть на подобіе требованій, которыя въ сомнительной вещи выводятся изъ вѣроятныхъ признаковъ, и до тѣхъ поръ почитаются за справедливыя, пока объ оной не получено будетъ лучшаго свѣденія; какъ на пр. въ Астрономіи принимаемъ такой видъ небесной системы, какой лучше приличествовать находимъ чрезъ наблюденія. Положенія обыкновенно называются также произвольными положеніями, чрезъ которыя опредѣляются, или раздѣляются мѣры особенныхъ количествъ, какъ на пр. въ Ариѳметикѣ сумма десяти единицъ принимается за начальное основаніе большихъ чиселъ, или когда знакамъ чиселъ дается знаменованіе по мѣсту, такъ что одно и тоже число иногда значитъ десятки, иногда сотни, тысячи и другія большія суммы; или когда въ Геометріи извѣстная величина фута, сажени и проч. принимается, и раздѣляется на меньшія части.

§. 26.

Наблюденія (obſeruationes) въ смѣшенной Математикѣ не что иное суть, какъ *явленія* (phoenomena), или дѣйствія вещей натуральныхъ, дознанныя опытами, изъ коихъ выводятся нѣкоторыя слѣдствія о свойствѣ той вещи. Чего ради такія

предложенія, понеже утверждаются на чувствахЪ, вЪ наставленіяхЪ смѣшенной Математики, гдѣ надлежитЪ разсуждать о причинахЪ и дѣйствіяхЪ, почитаются вмѣсто АксіомЪ, и получаютЪ ясность отЪ неусыпнаго старанія и примѣчанія обстоятельствЪ. Но пространнѣйшее изЪясненіе Математическаго способа учинилЪ Сл: ВольфЪ вЪ особливомЪ своемЪ разсужденіи, которое при началѣ основаній всеобщей Математики, изданныхЪ на ЛатинскомЪ языкѣ, читать можно.

§. 27.

О пользѣ Математики справедливо и важно разсуждаетЪ МеланхтонЪ вЪ предисловіи кЪ Альфрагану. *Сколь*, говоритЪ, *лучше со всякимЪ раченіемЪ склонять и поощрять способные умы кЪ МатематическимЪ наукамЪ, коихЪ познаніе и само по себѣ есть изящное, и приноситЪ многія пользы вЪ жизни сей, и дѣлаетЪ умы привычными кЪ сниcкиванію доказательствЪ и кЪ любленію истинны, которое свойство весьма приличествуетЪ ученому человѣку, упражняющемуся вЪ наукахЪ и разсматриваніи важнѣйшихЪ вещей!*

§. 28.

О книгахъ, относящихся къ Математическимъ наукамъ, предлагаетъ Вольфъ въ Основ. всеобщ. Мат. том. V, и Шейбель въ Введеніи къ познанію Математическихъ книгъ, Варш. 1769 — 1781. 8. Въ слѣдующихъ наставленіяхъ упоминаются главнѣйшіе писатели, коихъ чтеніе можетъ способствовать къ пріобрѣтенію успѣховъ въ Математикѣ.





АРИѲМЕТИКА.

ГЛАВА ПЕРВАЯ,

Содержитъ въ себѣ общiя опредѣленiя и аксiомы, которыя изъ оныхъ выводятся



ОПРЕДѢЛЕНIЕ I.

§. 1.

Единица (Unitas) есть имя, по которому все то, что есть, называется *однимъ*. Или, единица означаетъ всякую вещь, которая какъ бы одна и нераздѣльна принимается въ разсужденiе.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ II.

§. 2. *Число* (Numerus) есть множество изъ единицъ составленное.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ III.

§. 3. *Ариѳметика* (Arithmetica) есть наука о сравненiи чиселъ, и оттуда происходящихъ разныхъ ихъ свойствахъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 4. Ариѳметика раздѣляется на *Теоретическую* (Theoreticam) и *Практическую* (Practicam). Теоретическая показываетъ свойства чиселъ сравненныхъ , а практическая употребленіе оныхъ при рѣшеніи разныхъ задачь; или , практическая Ариѳметика есть способъ, показывающій исправное и сокращенное употребленіе чиселъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 5. Обѣ вмѣстѣ преподаются въ сихъ наставленіяхъ какъ для того , понеже удобнѣе дѣлается рѣшеніе задачь , естьли бываетъ сношеніе съ вышеобъявленными началами , такъ и для того , понеже практика дѣлаетъ теорію увеселительнѣйшею. Впрочемъ Ариѳметика должна имѣть первое мѣсто между Математическими науками , поколику и величина , такъ какъ множество частей , представляема и числами изображаема быть можетъ, и слѣдовательно польза числительной науки весьма пространно разливается по всей Математикѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 6. *Равныя* (Aequalia) суть , которыя, въ разсужденіи количества , точно сходствуютъ между собою. Такія количества впредь означаться будутъ двумя параллельными линѣями $=$. *Неравныя* (Inaequalia) суть , которыя между собою разнствуютъ величиною , то есть , когда часть одного равняется другому цѣлому.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 7. *Большее* (Majus) есть, котораго часть равна другому цѣлому. Меньшее (Minus) есть, которое равняется части другаго. Знакъ *большинства* (Maioritatis) есть $>$, а *меньшинства* (Minoritatis) $<$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 8. *Подобныя* (Similia) суть, коихъ различительные знаки сходствуютъ, такъ что оныя разпознаны быть не могутъ, естьли не будутъ сравнены между собою. На пр. пропорціональныя числа 1 къ 2, и 3 къ 6, которыя имѣютъ одинакой знакъ своего содержанія, могутъ назваться подобными; ибо въ обоихъ мѣстахъ есть двойное содержаніе. Знакъ подобныхъ есть $\backsim$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 9. *Число измѣряетъ* другое *число* (Numerus numerum metitur), когда меньшое число, нѣсколько разъ взятое, равно бываетъ большому числу.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 10. *Часть* (Pars) есть меньшая доля большаго количества. Есть или *нѣсколькая* (Aliquota), которая, нѣсколько разъ взятая, измѣряетъ большее количество и оному равняется; или *нѣколикая* (Aliquanta), которая не измѣряетъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 11. *Цѣлымъ* (Totum) называется количество, относительно къ частямъ, кои оно въ себѣ содержитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 12. *Подобныя части нѣсколькія* (Similes partes aliquotae) суть, кои равно измѣряютъ свои цѣлыя; или которыя въ своихъ цѣлыхъ нѣсколько разъ содержатся по равну. На пр. 2 и 3 суть подобныя части числъ 4 и 6, понеже каждая изъ нихъ дважды содержится въ своемъ цѣломъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 13. *Подобныя части нѣколикія* (Similes partes aliquantae) суть, изъ коихъ одна содержитъ въ себѣ столько же, сколько другая, нѣсколькихъ частей своего цѣлаго. На пр. части 4 и 6, будучи сравнены съ цѣлыми 10 и 15, суть подобныя. Ибо хотя ни одна изъ нихъ не измѣряетъ соотвѣтствующаго цѣлаго, однакожъ каждая содержитъ въ себѣ двѣ подобныя нѣсколькія, то есть, пятыя части цѣлаго, къ которому относится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 14. *Соизмѣримыя* (Commenſurabiles) количества суть тѣ, которыя измѣряетъ общая мѣра; *несоизмѣримыя* (Incommenſurabiles) суть, коихъ не измѣряетъ общая мѣра (§. 196. Геом.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 15. *Ровное* (par) число есть, которое содержитъ въ себѣ два равныя цѣлыя. *Неровное* (impar) есть, которое единицею разнствуетъ отъ ровнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 16. *Розно ровное* (pariter par) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ ровное. *Ровно неровное* (pariter impar) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ неровное. *Неровно неровное* (impariter impar), которое измѣряется неровнымъ чрезъ неровное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 17. *Первое число* (primus numerus) есть, которое измѣряется одною единицею; *сложное* (compoſitus), которое измѣряется другимъ числомъ, кромѣ единицы.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 18. *Первыя между собою* (primi inter ſe) числа суть, которыя не имѣютъ общей мѣры, кромѣ единицы. На пр. 8 и 15. *Сложныя между собою* (compoſiti inter ſe) числа суть, которыя имѣютъ общую мѣру, кромѣ единицы. На пр. 9, 12, 15, всѣ имѣютъ одну мѣру 3.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 19. *Число совершенное* (Numerus perfectus) есть, которое равно всѣмъ своимъ мѣ-

мѣрамъ. На пр. 6=3. 2' 1. своимъ частямъ. Такіяжъ суть 28, 496, 8128. и проч. *Способъ, какъ находить совершенныя числа, показываетъ Эвклидъ IX. 36. См. притомъ Мерсен. предувѣд. мнѣн. Физико-Матем. Нум. 9. и Таквет. Ариѳ. кн. III. стран. 119.* Изъ показанныхъ опредѣленій происходятъ слѣдующія

АКСІОМЫ.

I. §. 20. Единица измѣряетъ всякое число чрезъ единицы, кои въ немъ находятся.

II. §. 21. Всякое число измѣряетъ само себя чрезъ единицу.

III. §. 22. Всякое количество равно самому себѣ.

IV. 23. Равныя между собою могутъ перемѣняться, и одно на мѣсто другаго поставлено быть можетъ.

V. §. 24. Количества, равняющіяся одному третьему, равны между собою. (Таже Аксіома служитъ и въ разсужденіи подобныхъ количествъ, которыя когда сходствуютъ съ однимъ третьимъ, то сходствуютъ и между собою).

VI. §. 25. Ежели къ равнымъ придашь равныя, то равныя и происходятъ.

VII. §. 26. Ежели отъ равныхъ отнимешь равныя, то равныя и остаются.

VIII.

VIII. §. 27. Изъ неравныхъ одно больше, а другое меньше.

IX. §. 28. Цѣлое есть больше всякой своей части.

X. §. 29. Цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ.

XI. §. 30. Тѣ числа равны, кои суть одинакія части тогожъ числа; на пр. половинныя, третьи, и проч. Тѣ числа равны, кои суть одинакія части равныхъ чиселъ.

XII. §. 31. И тѣ количества, коихъ одинакія нѣсколькія части равны между собою, или коихъ на равныя числа умноженныхъ произведенія равны, суть равны между собою.

XIII. §. 32. Число, которое есть мѣрою другаго числа, измѣряетъ и всѣ другія, коихъ мѣрою есть то другое число.

ГЛАВА ВТОРАЯ

О исчисленіи, сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи чиселъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 33.

Исчисленіе (Numeratio) есть способъ изображать числа пристойными знаками, и выговаривать оныя извѣстными именами.

ПОЛО-

ПОЛОЖЕНІЕ 1.

§. 34. Для изображенія чиселъ принимаются общіе десять знаковъ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, изъ которыхъ первые девять, означаютъ первыя суммы единицъ, а последній знакъ, которой *нулемъ* (Cifra, vel zerus) называется, хотя одинъ онъ и не означаетъ никакой суммы; однако, будучи приданъ къ другимъ знакамъ отъ правой руки, увеличиваетъ знаменованіе и силу оныхъ, какъ о томъ послѣ сего изъяснено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Знаки, для означенія чиселъ, прежде сего многіе народы брали изъ азбучныхъ литеръ. Однако Римляне означали первыя единицы четырьмя прямыми линеями: I, II, III, IIII, будто бы столькими пальцами; пять же единицъ на подобіе руки V, а десять на подобіе удвоенной руки X изображали. Прочіе знаки, кои въ употребленіи были у Римлянъ, C, L, CIↃ, IↃ, изъ начальныхъ литеръ сотни и тысячи знаками сдѣлались. Между тѣмъ, понеже употребленіе такихъ знаковъ весьма неспособно было, то они для сложенія и вычитанія большихъ суммъ, употребляли счетную доску съ гвоздиками, которую, кромѣ другихъ, описываетъ М. Вельсеръ въ *Коммент. Август. сочин.* стран. 221. О началѣ употребительныхъ нынѣ общихъ знаковъ ученые люди имѣютъ не одинакое мнѣніе. Нѣкоторые почитаютъ изобрѣтателями оныхъ Индѣйцовъ, либо Аравлянъ. Максимъ Планудій Грекъ, XIII вѣка писатель (коего находится въ свѣтѣ книга *εισαγωγὴ ἐις τὴν κατ᾽ Ἰνδους μεγάλην ψῆφην*, которую я нашелъ въ Оксфордѣ между рукописями,

отъ

отЪ Кромвеля вЪ библіотеку Бодлеанскую подаренными, нум. 297.) вЪ толкованіи Ариѳметики употребляетЪ общіе знаки, и не сомнѣвается изобрѣтеніе оныхЪ приписывать Индѣйцамъ. Но понеже отЪ АравлянЪ оные знаки получили Европейцы около одиннатцатаго, какЪ думаютЪ, вѣка: то потому и называются Арабскими. Валлизій том. II. сочин. стран. 16, думаетЪ, что ГербертЪ ФлорентинецЪ, которой напослѣдокЪ былЪ подЪ именемЪ Сильвестра II Папа Рим. отЪ Рожд. Хр. 999 года, перевезЪ оные знаки отЪ СарацынЪ кЪ ЕвропейцамЪ. Аравляне объявляютЪ, что сіи знаки произошли отЪ круга на четыре четверти раздѣленнаго. См. КИРХЕР. *Ариѳмолог.* стран. 42. БЕЙЭРЪ, Ст. Петербургской АкадемикЪ, вЪ тракт. *о затмѣніи Китайскомъ*, стран. 30, думаетЪ, что оные знаки отЪ КитайцовЪ кЪ ИндѣйцамЪ, а отЪ сихЪ кЪ прочимЪ народамЪ перешли; иные сравниваютЪ изображеніе оныхЪ сЪ первыми Греческими литерами, вЪ такомЪ порядкѣ поставленными: $\alpha.\ \beta.\ \gamma.\ \delta.\ \varepsilon.\ \varsigma.\ \zeta.\ \eta.\ \vartheta.\ o.$ понеже сіи литеры сходствуютЪ сЪ тѣми знаками, и потому изобрѣтеніе числительныхЪ знаковЪ приписываютЪ ГрекамЪ, и утверждаютЪ, что сіи знаки оттуда сЪ самою наукою исчисленія перешли кЪ восточнымЪ народамЪ. См. *Гуец. доказ. Евангел. предл. IV*, гл. 13. стран. 252. притомЪ егожЪ соч. гл. 48. И сіе мнѣніе кажется вѣроятно, понеже подобные знаки находятся и вЪ самыхЪ древнихЪ писателяхЪ. СамЪ я нашелЪ вЪ *Апотелезматикѣ* Павла Александрійскаго, которая вЪ IV вѣкѣ писана, нѣкоторые знаки, какЪ то, три, шесть и девять; а больше того нашелЪ вЪ рукописной книгѣ Ранцовіановой, но перемѣнилЪ издатель той книги Андр. Шато. См. примѣч. его. стран. 2. Десять же знаковЪ употребляемымЪ весьма подобныхЪ исчисляетЪ, и за изобрѣтеніе ПиѳагорейцовЪ почитаетЪ, также употребленіе оныхЪ вЪ Ариѳметикѣ описываетЪ Боэтій вЪ Геом. которые знаки

мож-

можно видѣть не токмо въ древней сего сочиненія рукописи, находящейся въ библіотекѣ Альшорфинской, но и въ первомъ изданіи соч. Боэт. которое вышло въ Венеціи 1492 год. въ листъ Впрочемъ сіи знаки употребляются по всему востоку, у Персовъ, Могольцовъ, Татаръ и у Китайцовъ, такъ какъ я сіе особливою диссертаціею, объ *общихъ знакахъ чиселъ*, изданною 1727 год. доказалъ. О употребленіижъ сихъ знаковъ у Европейцовъ, пишутъ КОНРИНГ. de. diplom. Lindauiensi. стран. 318 и Мабиллїонъ de re diplomatica, кн. II. гл. 28. ВАЛЛИЗ. и Луффкинъ in Lowthorpi Epit. transact. Angl. кн. I. стран. 107 и слѣд. Впрочемъ, что принадлежитъ до изъясненія исторіи Ариеметической, и что о знатнѣйшихъ ея писателяхъ, какъ древнихъ, такъ и новѣйшихъ объявить надлежитъ, о всемъ томъ въ лекціяхъ пространнѣе упомянуто будетъ.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 36. Въ исчисленіи большихъ чиселъ первымъ основаніемъ есть *десятокъ* (Decas), которой естьли десять разъ повторенъ будетъ, то происходитъ *сто* (Centum), и изъ сотни, десять разъ взятой, дѣлается *тысяча* (Mille); по томъ десять тысячь, сто тысячь, тысяча тысячь, или *милліоны* (Milliones) слѣдуютъ; также десятки, сотни, тысячи милліоновъ, и десятки, сотни и тысячи тысячь милліоновъ считаются. Тысячи тысячь милліоновъ, *билліоны* (Billiones); милліоны билліоновъ, *триллїоны* (Trilliones); милліоны триллїоновъ, *квадрил-*

ліоны

ліоны (Quadrilliones), и такъ далѣе, называются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 37. Изъ чего явствуетъ, что въ исчисленіи всегда наблюдается десятерное содержаніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 38. Но самымъ дѣломъ видно, что такое исчисленіе по сложеннымъ десяткамъ есть произвольное (къ принятію котораго, какъ видно, подали случай десять пальцовъ обѣихъ рукъ. Витрув. III. 1.) Ибо вольно было принять какую нибудь сумму, состоящую изъ немногихъ единицъ, за начало и первое основаніе. Тоже самое другіе изъясняли примѣрами. Эрг. Вейгелій изобрѣлъ Ариѳметическую тетрактику, и по *четыремъ* считать научилъ, въ *Аретологистикѣ*, стран. 362 и *Матем. Философ.* стран. 175. Лейбницій только два знака принимаетъ въ исчисленіе, о которой Ариѳметической *Діадикѣ* См. Histoire de l' Acad. R. des Sc. 1703 год. стран. 71. и Memoires тогожъ года. стран. 195. Буветъ Іезуитъ Французской, которой нѣсколько времени былъ въ Пекинѣ въ Китайскомъ Государствѣ, думалъ, что сей счетъ по *двумъ* служитъ для истолкованія загадки древняго Китайскаго Царя и Философа Фоги, въ которой цѣлыя линѣи съ половинными различно перемѣшиваются. Но напослѣдокъ Бейэръ *въ кабинетѣ Китайскомъ* кн. 2. стран. 96. и слѣд. показалъ, что сходнѣе съ правдою сіе, что Китайцы чрезъ цѣлыя и половинныя линѣи различно соединенныя, хотѣли показать множество соединеній вещей немногихъ, и симъ опытомъ дошли до изображенія простыхъ своихъ знаковъ. Новымъ образомъ изъяснилъ сію загадку, и предложилъ мнѣнія другихъ Іо. Ѳом. Гауптъ, въ Нѣм. книгѣ, 1773 года изданной, подъ заглавіемъ: Полное истолкованіе книги Е-Кимъ. Объ обоихъ исчисленіяхъ пространно упомянуто въ Диссерт.

о преимуществѣ Декадической Ариѳметики; чѣмъ она превосходитъ Тетрактику и Діадику; притомъ упомянуто было и о Додекадическомъ счетѣ.

ПОЛОЖЕНІЕ 3.

§. 39. Чтобъ правильно изображать всякое множество вещей десятьми оными знаками, то надлежитъ начинать отъ единицъ, съ правой руки, и прочія суммы десятковъ, сотенъ, тысячь, и другія продолжающіяся къ лѣвой рукѣ означать знаками, по порядку другъ за другомъ слѣдующими. Такимъ образомъ Ариѳметики подражаютъ обыкновенію писать восточныхъ народовъ; кои отъ правой руки къ лѣвой пишутъ литеры; что изъ приложеннаго примѣра яснѣе разумѣть можно.

Единицы. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
Десятки 10. 20. 30. и проч.
Сотни. 100. 200.
Тысячи. 1000. 2000.
Д. тысячь. 10, 000. 20, 000.
С. тысячь. 100, 000. 200, 000.
Милліоны. 1000, 000. 2000, 000.
Д. Милліоновъ. 10, 000, 000.
С. милліоновъ. 100, 000, 000.
Т. милліоновъ. 1000, 000, 000.
Д. т. милліоновъ. 10, 000, 000, 000.
С. т. милліоновъ. 100, 000, 000, 000.
Биліон. 1000, 000, 000, 000.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 40. Наблюдая сіе правило, всякой знакЪ единицы получаетЪ знаменованіе десятка, сотни, тысячи и каждаго другаго числа, смотря по мѣсту, больше или меньше кЪ лѣвой рукѣ отдаленному.

ЗАДАЧА I.

§. 41. *Написать всякое число.*

РѢШЕНІЕ.

1. Начинай отЪ единицЪ, и отЪ оныхЪ подаваясь кЪ лѣвой рукѣ, пиши десятки, сотни, тысячи, десятки тысячь, милліоны, и напослѣдокЪ всѣ тѣ суммы, кои требуется написать.

2. ГдѣжЪ одного, или больше членовЪ вЪ срединѣ находящихся, не означено будетЪ положительнымЪ числомЪ, тамЪ надлежитЪ написать одинЪ нуль, или больше. Сіи правила явствуютЪ, безЪ дальняго доказательства, изЪ полож. 3. (§. 39.). На пр. естьли требуется написать слѣдующую сумму: шесть сотЪ пятьдесятЪ четыре тысячи, сто восемьдесять девять; то оную будутЪ изображать слѣдующіе знаки 654, 189.

ЗАДАЧА II.

§. 42. *Выговорить всякое число.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данную сумму чрезЪ запятыя на члены, начавЪ отЪ правой руки, и для каждаго члена опредѣли по три знака.

НадЪ

Надъ слѣдующимъ послѣ двухъ членовъ знакомъ поставь также запятую, послѣ четырехъ двѣ, а послѣ шести три, и такъ далѣе. Нижнія запятыя будутъ означать тысячи, а изъ верьхнихъ одна милліоны, двѣ биліоны, три триліоны а четыре квадриліоны, и такъ далѣе.

2. По томъ назови соотвѣтствующія числа именами выше (§. 39) упомянутыми, и такимъ образомъ выговорена будетъ данная сумма. На пр. число

III II I
18,446,744,073,709,551,611.

выговаривается такимъ образомъ: восьмнатцать триліоновъ, четыре ста сорокъ шесть тысячь, семь сотъ сорокъ четыре биліона, семьдесятъ три тысячи, семь сотъ девять милліоновъ, пять сотъ пятьдесятъ одна тысяча, шесть сотъ одиннатцать.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 43. Естьли число восьмнатцать триліоновъ, и проч. которое теперь предложено, разумѣться будетъ о зернахъ жита, то оно означаетъ такое ихъ множество, что Стурмій думаетъ, что симъ житомъ 2,562,047 Ноевыхъ ковчеговъ до самаго верьху наполнены быть могутъ. *In math. iuuen.* Т. 1. стран. 13. См. притомъ Валлиз. соч. Т. 1. стран. 159. Томасъ Гайдъ Тр. *de ludis orientalibus prolegom.* Находить даже число зернышекъ песчаныхъ, которое бы всему земному шару, или шару неподвиж-

ныхъ звѣздъ, по положенію взятому, равнялось, давно уже показалъ Архимедъ *in arenario* стран. 120. См. притомъ Таквет. Арием. кн. V. гл. 4. теор. 21. Клавїев. *Comment. in Bosci Sph.* Стран. 217.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 44. *Числа однородныя* (numeri homogenei) суть, которыя означаютъ подобныя части тогожъ цѣлаго; *разнородныя* (heterogenei), которыя означаютъ не одинакія части цѣлыхъ, различнымъ образомъ раздѣленныхъ. На пр. дни раздѣляются на 24 часа, часы на 60 минутъ; слѣдовательно числа часовъ и минутъ суть между собою разнородныя, числажъ часовъ однородныя; также числа минутъ суть равномѣрно между собою однородныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

§. 45. *Сложеніе* (additio) есть собраніе двухъ, или нѣсколькихъ чиселъ въ одну сумму. Знакъ сложенія употребляется крестъ +, которой называется *плюсъ* (plus). Количество, которое производится чрезъ такое собираніе, *суммою* (summa, vel aggregatum) называется.

ТЕОРЕМА I.

§. 46. *Числа слагаемыя должны быть однородныя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже изъ слагаемыхъ чиселъ надлежитъ составить такое цѣлое, которое содержитъ

въ

къ себѣ сложенныя числа, какъ части (§. 55): то требуется, чтобъ оныя части были между собою подобныя, кои къ тому же цѣлому относятся. Ибо неподобныя, или разнородныя части относятся къ разнымъ цѣлымъ, или различно раздѣленнымъ (§. 44.); слѣдовательно числа, въ одну сумму слагаемыя, должны быть однородныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 47. Когдажъ послѣ сего будетъ говорено о сложеніи разнородныхъ чиселъ, то объ ономъ должно имѣть такое понятіе, что въ тѣхъ количествахъ, которыя составляются изъ разнородныхъ членовъ, всегда складываются одинакіе сорты, и слѣдственно однородныя числа.

ЗАДАЧА III.

§. 48. *Сложить два числа, или больще.*

РѢШЕНІЕ.

1. Напиши данныя однородныя числа такъ, чтобъ единицы подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями и проч. находились, и подъ ними проведи линѣю.

2. По томъ съ праваго класса, такъ какъ съ нижняго начавъ, складывай числа всѣхъ классовъ, другъ подъ другомъ стоящія, въ одну сумму, и ставь каждую сумму единицъ подъ линѣею; а лишекъ сверьхъ девяти, содержащійся въ умѣ, всегда придавай къ ближайше слѣдующему къ лѣвой рукѣ классу; то есть, ежели одинъ

десятокЪ будетЪ вЪ излишествѣ отЪ суммы единицЪ, то кЪ ближайшей суммѣ приложи одну единицу; естьлижЪ два, или три и больше десятковЪ будетЪ вЪ излишествѣ, то приложи двѣ, три единицы, или больше, кЪ слѣдующему классу.

3. Когда случатся одни нули, тогда вмѣсто суммы пишется нуль.

4. А когда надлежитЪ складывать разнородныя числа, то и тогда сложенiе также начинается отЪ самаго меньшаго сорта, и какЪ произойдетЪ сумма, составляющая единицу ближайше большаго сорта, то кЪ сему сорту придается одна единица; естьлижЪ вЪ суммѣ меньшаго сорта будетЪ содержаться болѣе большихЪ сортовЪ, то и кЪ слѣдующему ближайше большему сорту придается больше единицЪ, и сложенiе слѣдующихЪ сортовЪ равномѣрно продолжается до тѣхЪ порЪ, пока не дойдетЪ до самаго большаго сорта, коего всѣ единицы, по вышепоказанному правилу, складываются.

ПРИМѢРЪ 1.

	65708
	79203
сумма	144911

ПРИМѢРЪ 2.

	ценш.	фунш.	унц.
	72.	85.	8
	32.	74.	7
	8.	9.	6
сумма	113.	69.	9.

ОдинЪ

Одинъ фунтъ содержитъ въ себѣ 12 унцій, а одинъ центнеръ, или сотовой вѣсъ, 100 фунтовъ.

Примѣръ 3. Отъ начала весны до начала осени проходитъ 186 дней, 18 часовъ, 30 минутъ, отъ начала же осени до весны проходитъ 178 дней, 11 часовъ, 19 минутъ. Спрашивается долгота года.

	186 дней,	18 часовъ,	30 минутъ
	178 - - -	11 - - - -	19
сумма	365 дней,	5 часовъ,	49 минутъ.

Доказательство.

Понеже всѣ суммы, сверьхъ девяти единицъ, составляются изъ десятковъ (§. 36), и всякая сумма въ десятерномъ содержаніи возрастаетъ и умаляется (§ 37), а знаки получаютъ различное знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 39): того ради слѣдуетъ, что съ каждымъ знакомъ всякаго числа можно поступать такъ, какъ съ единицами; и потому можно порознь складывать единицы, и лишекъ сверхъ девяти, то есть одинъ десятокъ, или больше, придавать къ слѣдующему классу. Но число, которое такимъ образомъ составляется, понеже содержитъ въ себѣ единицы, десятки, сотни и прочія суммы, кои находились въ слагаемыхъ количествахъ, будетъ сумма данныхъ чиселъ. Въ разнород-

 ныхъ

ныхъ же, естьли числа подобныхъ классовъ, и слѣдовательно однородныя (§. 47), сложатся между собою, и содержаніе частей, принятое въ употребленіе, наблюдаемо будетъ, то явствуетъ, что изъ частей составляются ближайшія цѣлыя (§. 29.) и суммы цѣлыхъ и частей производятся показаннымъ образомъ (§. 44. 46).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 49. Изъ онагожъ доказательства явствуетъ, что не всегда потребно бываетъ начинать сложеніе отъ правой руки. Ибо и отъ лѣвой руки всѣ десятки по порядку другъ за другомъ слѣдуютъ, и потому оные подъ единицами, изъ которыхъ состоятъ, подписаны быть могутъ; однакожъ, понеже послѣ того требуется новое сложеніе десятковъ, то явствуетъ, что вышепоказанная практика сокращеннѣе, и потому должно предпочитать оную другой.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 50. *Вычитаніе* (Subtractio) есть дѣйствіе, чрезъ которое отнимается или отдѣляется меньшее число отъ большаго. Знакъ вычитанія употребляется линѣйка —, которая называется *минусъ* (minus). Число, которое остается послѣ вычитанія, *разность* (differentia), или *остатокъ* (residuum) называется.

ТЕОРЕМА II.

§. 51. *Въ вычитаніи числа большее и меньшее должны быть однородныя.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже большее число, изъ котораго дѣлается вычитаніе, представляется такъ какъ цѣлое, коего часть отдѣляется чрезъ вычитаніе (§. 50.): но цѣлое состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 44.); слѣдовательно въ вычитаніи числа большее и меньшее должны быть однородныя.

ТЕОРЕМА III.

§. 52. *Остатокъ и меньшее число, сложенныя вмѣстѣ, составляютъ сумму равную большему числу, изъ котораго дѣлается вычитаніе.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшее число, отнятое отъ большаго, есть часть его, и остатокъ есть другая часть того жъ числа (§. 50.): но цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29), слѣдовательно остатокъ и меньшее число и проч.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. *Вычесть меньшее число изъ большаго.*

РѢШЕНІЕ.

1. *Въ однородныхъ числахъ* меньшее число подписывается подъ большимъ такъ, чтобъ взаимно другъ другу соотвѣтствовали подобные классы единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. и подъ ними проводится линѣя.

2. Начало дѣлается также отъ правой руки, такъ какъ отъ самаго нижняго класса, и всѣ единицы меньшаго числа вычитаются изъ верхнихъ, а остатокъ ставится подъ линѣею.

3. Когда нижній знакъ содержитъ въ себѣ больше единицъ, нежели верхній, и не можетъ вычтенъ быть, то въ такомъ случаѣ отъ ближайше слѣдующаго знака большаго числа, изъ коего дѣлается вычитаніе, надлежитъ занять единицу, которая, понеже въ общихъ знакахъ означаетъ десятокъ, увеличитъ и другой знакъ также десятью единицами; что сдѣлавъ, вычитается потомъ нижній знакъ изъ верхняго, десятью единицами увеличеннаго, и остатокъ ставится подъ линѣею; отъ лѣвой же руки верхній знакъ почитается за уменьшенной единицею, что означается чрезъ точку, поставленную подлѣ того знака.

4. Вычтенной нуль не умаляетъ числа; но ежели случится вычитать изъ него положительной знакъ, то сперва надлежитъ увеличить оной нуль десяткомъ, занятымъ отъ предъидущихъ знаковъ; естьлижъ два нуля случатся сряду другъ подлѣ друга, то, понеже первой нуль, то есть лѣвой, долженъ увеличенъ быть десяткомъ, отъ предъидущихъ знаковъ взятымъ,

тымъ, дабы отъ него къ последнему нулю, то есть къ правому, перенесена быть могла единица, имеющая знаменование десятка, можно удобно разуметь, что левой нуль напоследокъ должно почитать за девять. Тоже правило служитъ, когда больше нулей сряду другъ подле друга стоять будутъ.

5. *Въ разнородныхъ числахъ* меньшее число также пишется подъ большимъ такимъ образомъ, чтобъ подобные классы взаимно другъ другу соответствовали, и когда (то есть, естьли нижній классъ не можетъ вычтенъ быть изъ верхняго) для увеличенія меньшаго класса, занимается единица отъ ближайше большаго класса; то само по себе явствуетъ, что сія единица означаетъ такое целое, которое, по принятому въ употребленіе содержанію, состоитъ изъ единицъ меньшаго класса; и такъ, естьли большая единица разделится на меньшія, то, придавъ оныя къ числу того сорта, изъ котораго делается вычитаніе, можно будетъ вычесть нижнее число, и остатокъ подписать подъ линею.

ПРИМѢРЪ 1.		ПРИМѢРЪ 2.		
		цент.	фунт.	унц.
	144911	113.	69.	9
	79203	32.	74.	7
остатокъ	65708 остатокъ	80.	95.	2

Примѣръ 3. Солнечный годъ содержитъ въ себѣ 365 дней, 5 часовъ, 49 минутъ; лунный годъ имѣетъ 354 дня, 8 часовъ, 48 минутъ. Спр. чѣмъ солнечной годъ больше луннаго?

	365 дней,	5 часовъ,	49 минутъ
	354 - - -	8 - - - -	48
разность	10 дней,	21 часъ,	1 мин.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Что однородныя подъ однородными подписывать, и подобныя изъ подобныхъ вычитать должно, то явствуетъ изъ сущности вычитанія (§. 51.). Но понеже всѣ числа въ общихъ знакахъ имѣютъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40.); того ради слѣдуетъ, что со всякимъ числомъ можно поступать такъ, какъ съ единицами и десятками, и занятая отъ предъидущаго знака единица служитъ вмѣсто десятка, и увеличиваетъ слѣдующій знакъ десятью единицами. Въ разнородныхъ же числахъ наблюдается содержаніе, принятое въ употребленіе, и всегда чрезъ вычитаніе находится разность подобныхъ классовъ (§. 51.). И такъ, поелику

въ однородныхъ числахъ всѣхъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ классовъ, въ разнородныхъ же всѣхъ сортовъ остатки находятся показаннымъ образомъ, то нѣтъ никакого сомнѣнія въ томъ, что вычитаніе сдѣлано правильно.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 54. Понеже сложеніе и вычитаніе суть между собою противныя дѣйствія, такъ что тѣ части, которыя чрезъ сложеніе собраны были въ одну сумму, опять чрезъ вычитаніе могутъ отдѣлены быть отъ той суммы (§. 32.); того ради повѣрка обоихъ, естьли будетъ потребована, обратнымъ образомъ сдѣлана быть можетъ, то есть, ежели по отнятіи одной части отъ суммы, состоящей изъ двухъ частей, останется другая, то почитать, что сложеніе сдѣлано исправно. И обратно, ежели меньшее число придано будетъ къ остатку, и произойдетъ изъ того большее число, то и вычитаніе почитается за исправно сдѣланное (§. 52.). Ибо едва случиться можетъ, чтобы въ противномъ дѣйствіи, въ разсужденіи тогожъ числа, сдѣлалась такая погрѣшность, которая бы утаивала учиненную въ первомъ дѣйствіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 55. Другая повѣрка сложенія и вычитанія дѣлается чрезъ отбрасываніе девятокъ изъ подобныхъ суммъ, то есть изъ цѣлаго и частей. Ибо ежели въ обоихъ мѣстахъ останется тотъ же остатокъ, доказывается чрезъ то исправное рѣшеніе сложенія и вычитанія. Причина тому есть слѣдующая: понеже сумма всѣхъ чиселъ пишется такъ, что сложенные знаки производятъ сумму, равную лишку данныхъ единицъ сверьхъ одной девятки, или больше. На пр. когда написано будетъ 12, то $1 + 2 = 3$ составляютъ лишекъ того числа сверьхъ девяти: или когда написано будетъ 33, то также $3 + 2 = 5$ изображаютъ лишекъ сей суммы сверьхъ трехъ девятокъ, которыя она въ себѣ содер-

держитъ. И потому остатки частей и равной имъ суммы, сверьхъ одной девятки, или больше, всегда должны быть равны между собою. См. Дешале Арием. кн. I. предл. 5. Но тотъ способъ повѣрки безопаснѣе, о которомъ упомянуто было въ предъидущемъ параграфѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 56. *Умноженіе* (multiplicatio) есть многократное одного и тогожъ количества самого съ собою сложеніе. Или, умноженіе есть способъ находить такое число, которое бы содержало въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единицъ содержится въ множителѣ. Знакъ умноженія употребляется точка, поставленная между множимыми количествами. На пр. $6 . 3 = 18$; иные изображаютъ умноженіе такимъ образомъ: $6 \times 3 = 18$. Числа, которыя умножаются между собою, называются *множителями* (factores). Эвклидъ называетъ оныя *боками* (latera); а то число, которое происходитъ изъ умноженія двухъ чиселъ между собою, называется *произведеніе* (factum vel productum); Эвклидъ же называетъ оное *плоскимъ числомъ* (numerum planum).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 57. Слѣдовательно единица къ одному множителю имѣетъ такое содержаніе, какое другой множитель къ произведенію; а единица не умножаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 58. Одинакіе множители производятъ одинакія произведенія.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 59. Произведенія всѣхъ единицъ происходятъ, ежели всякая единица будетъ складываться сама съ собою непрерывно до девяти. И такимъ образомъ составляется таблица, которая называется *таблицею Пиѳагоровою* (abacus Pythagoricus). Числа сей таблицы надлежитъ твердо содержать въ памяти, дабы помощію оныхъ можно было скорѣе дѣлать умноженіе и дѣленіе большихъ количествъ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	8	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 60. Въ умноженіи данныя числа должны быть одинакаго роду, дабы каждое изъ нихъ по изволенію принять можно было множимымъ числомъ, или множителемъ.

ЗАДАЧА V.

§. 61. *Умножить однородныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Множитель подписывается подъ множимымъ числомъ, такъ чтобъ классы единицъ, десятковъ и проч. взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и по томъ подъ

ними

ними проводится линѣя, какъ въ сложенiи и вычитанiи дѣлано.

2. Первой знакъ отъ правой руки множителя умножается на всѣ знаки множимаго числа, и когда произведенiе состоитъ изъ двухъ знаковъ, то пишется только правой знакъ или единицы; а лѣвой знакъ, такъ какъ десятки, между тѣмъ содержится въ умѣ, и относится къ слѣдующему произведенiю.

3. Равнымъ образомъ слѣдующiй второй и всякой другой знакъ множителя умножается на всѣ знаки множимаго числа, и произведенiе изъ того подписывается подъ знакомъ умножающаго числа.

4. Ежели оба числа, или только одно будетъ имѣть на концѣ нѣсколько нулей, то умножаются одни только положительныя числа, и къ произведенiю приписываются всѣ нули. Также ставится нуль въ произведенiи, естьли случится оной въ срединѣ множителя, и по томъ продолжается умноженiе прочими положительными знаками. Когдажъ въ срединѣ множимаго числа случится нуль, то и тогда также ставится нуль въ произведенiи, естьли другой положительной знакъ, содержащiйся въ умѣ, не будетъ поставленъ на его мѣсто.

5. Наконецъ, когда всѣ знаки такимъ образомъ умножены будутъ между собою, то всѣ произведенія складываются въ одну сумму, которая будетъ искомое произведеніе данныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ 1.

```
     7850
       63
  -------
    23550
   4710
  -------
произведеніе 494550
```

Примѣръ 2. Окружность земнаго круга содержитъ въ себѣ 360 градусовъ, изъ коихъ каждой составляетъ 104 версты. Спр. сколько верстъ содержится въ земной окружности?

```
   104
   360
  -----
  6240
  312
  -----
  37440 верстъ.
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ нѣсколько разъ уже было сказано, числительные знаки имѣютъ такое свойство, что каждой изъ нихъ получаетъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40), и что большія количества, такъ какъ изъ однихъ единицъ и десятковъ со-

 ста-

ставленныя, представляемы быть могутъ, и чрезъ рѣшеніе предложенной задачи, всѣ произведенія изъ каждыхъ единицъ, такъ какъ всѣ члены искомаго произведенія, получаются, и располагаются надлежащимъ образомъ; то слѣдуетъ, что умноженіе надлежащимъ образомъ дѣлается по предписаннымъ правиламъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 62. О другихъ способахъ умноженія, безъ таблицы Пиѳагоровой, чрезъ палочки Іо. Непера и проч. въ лекціяхъ говорено будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 63. *Дѣленіе* (Diuisio) есть повторенное вычитаніе меньшаго числа изъ большаго. Или, дѣленіе есть способъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ, и сколько разъ оное изъ сего вычтено быть можетъ. Или, дѣленіе есть способъ, по данному произведенію и одному множителю, находить другой множитель. Дѣленіе иногда означается двумя точками, между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ поставленными, а иногда линѣечкою между оными проведенною. На пр. 8 : 4, или $\frac{8}{4}$ значитъ, что 8 дѣлится на 4. Изъ данныхъ чиселъ одно *дѣлимымъ* (Diuidendus), другоежъ *дѣлителемъ* (Diuisor); а то число, которое происходитъ, *частнымъ числомъ* (quotus, vel quotiens) называется. ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 64. Слѣдовательно дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится столько разъ, сколько единица въ частномъ числѣ.

§. 65. Въ дѣленіи данныя числа должны быть одинакаго роду, дабы оное производить можно было вычитаніемъ дѣлителя изъ дѣлимаго.

ТЕОРЕМА IV.

§. 66. *Дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ умноженіе находится такое число, которое содержитъ въ себѣ множимое столько разъ, сколько единица содержится въ множителѣ (§. 56.). Но столько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 64); слѣдовательно дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 67. Изъ чего явствуетъ, что умноженіе и дѣленіе суть два противныя дѣйствія, и число, которое чрезъ умноженіе складывалось нѣсколько разъ само съ собою, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается. На пр. 4. 3 = 12, то есть, четыре умноженные на три, дѣлаютъ 12; но чрезъ дѣленіе 12: 3 = 4 опять тоже число *четыре* возвращается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 68. Чего ради одно которое нибудь дѣйствіе можетъ служить для повѣрки другаго.

ЗАДАЧА VI.

§. 69. *Раздѣлить однородное число на однородное же.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дѣлитель ставится подъ знаками дѣлимаго числа отъ лѣвой руки, такимъ образомъ, чтобъ верхнее число было больше нижняго, и подъ ними проводится линѣя; подлѣжъ крайняго знака отъ правой руки проводится линѣя, или дуга.

2. По томъ сыскивается, сколько разъ дѣлитель содержится въ стоящемъ надъ нимъ числѣ дѣлимаго, и число, которое то показываетъ, пишется за дугою, такъ какъ частное: оно же послѣ того умножается на дѣлителя, и произведеніе вычитается изъ дѣлимаго, а остатокъ замѣчается подъ линѣею, и слѣдующій къ правой рукѣ знакъ дѣлимаго ставится подлѣ тогожъ остатка.

3. Наконецъ дѣлитель, подъ симъ остаткомъ, которой сперьва увеличенъ былъ слѣдующимъ приписаннымъ знакомъ, подвигается однимъ мѣстомъ подалѣе къ правой рукѣ, и такимъ же образомъ находится частное число, и произведеніе его вычитается изъ соотвѣтствующей суммы. Подобное дѣйствіе продолжается до конца.

4. Ежели дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ не содержится, то вмѣсто частнаго числа за дугою ставится нуль.

5. Естьлижъ при дѣлителѣ будутъ находиться нули, то оные тотчасъ на концѣ подъ послѣдними знаками дѣлимаго числа подписываются, и дѣленіе продолжается положительными знаками; числажъ, стоящія надъ нулями, отдѣляются отъ прочихъ линѣею, и къ остатку, по окончаніи дѣленія, придаются.

6. Что послѣ дѣленія остается, то пишется особливо, и почитается за часть дѣлителя.

7. Дѣленіе дѣлается сокращеннѣе, ежели найденное частное число въ умѣ умножено будетъ на дѣлителя, и произведеніе вычтется изъ соотвѣтствующихъ знаковъ дѣлимаго числа. Но въ такомъ случаѣ, для краткости, надлежитъ умножать частное число на дѣлителя отъ лѣвой руки въ правой.

ПРИМѢРЪ 1.

```
494550 ( 63
 785 0 (
   6
------
4710
------
 2355
  785
   |3
------
 2355
------
   |0
```

Примѣръ 2. Земной шаръ обращается около своей оси въ 24 часа; окружность же земнаго круга, или экватора, составляетъ 37440 верстъ. Спр какое разстояніе пробѣгаетъ въ одинъ часъ каждое мѣсто подъ экваторомъ?

```
 37440 ( 1560 верстъ.
 24
 ----
 134
  24
 120
 ----
  144
   24
  144
  ----
     0
```

Сіе дѣйствіе изобразить можно и слѣдующимъ образомъ:

```
24 ) 37440 ( 1560
     24
     -----
     134
     120
     -----
      144
      144
      -----
        0
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ рѣшеніи сей задачи десятерное содержаніе, въ силу котораго умаляется знамено-

менованіе чиселЪ смотря по мѣсту, такЪ что всѣ порознь, какЪ однѣ единицы, или десятки, употребляемы и сравниваемы быть могутЪ, дѣлаетЪ также великое сокращеніе. И по тому тысячное число (7000) можно поставить подЪ сотеннымЪ числомЪ тысячь (490,000), и находить, сколько разЪ первый знакЪ онаго тысячнаго числа содержится вЪ первыхЪ двухЪ знакахЪ сего сотеннаго числа тысячъ; ибо найденное частное число (6) не значитЪ уже единицы, но десятки; потому что во время продолженія дѣйствія придается кЪ нему отЪ правой руки другой знакЪ. Но естьли произведеніе, произшедшее изЪ умноженія сего частнаго числа на дѣлителя, вычтется изЪ дѣлимаго, то явствуетЪ, что остатокЪ принадлежитЪ кЪ слѣдующей дѣлимой суммѣ, и должно продолжать дѣленіе подобнымЪ образомЪ; по окончаніи котораго, понеже найденное число показываетЪ, сколько разЪ цѣлой дѣлитель можетЪ вычтенЪ быть изЪ всѣхЪ классовЪ дѣлимаго числа, можно будетЪ и о томЪ заключить, что дѣленіе сдѣлано правильно.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 70. О рѣшеніи дѣленія, помощію палочекЪ НеперовыхЪ, и о другихЪ способахЪ говорено будетЪ вЪ лекціяхЪ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 71. Повѣрка умноженія дѣлается, раздѣливъ произведеніе на одного котораго нибудь множителя; ибо ежели произойдетъ изъ того другой множитель, означается тѣмъ правильное рѣшеніе умноженія. И обратно, повѣрка дѣленія дѣлается, умножая частное число на дѣлителя, и къ тому прикладывая остатокъ, естьли какой случится; изъ чего должно произойти опять дѣлимое число, какъ уже о томъ выше сего изъяснено было (§. 67. 68.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 72. Можетъ учинена быть и другая повѣрка, ежели выкинуты будутъ девятки сперва изъ множителей, а по томъ изъ произведенія ихъ, и примѣчено будетъ, происходитъ ли изъ произведенія остатковъ отъ множителей, послѣ выкинутыхъ девятокъ, такой же лишекъ сверхъ девяти, какой и изъ произведенія данныхъ чиселъ. На пр. въ умноженіи 85. 7 = 595, остатокъ, выкинувъ девять изъ одного множителя, есть 4; другой же множитель 7 есть уже самъ собою лишекъ сверхъ девяти; остатокъ изъ произведенія 595, послѣ выкинутыхъ двухъ девятокъ, есть 1, и изъ произведенія первыхъ лишковъ 7. 4 = 28, послѣ выкинутыхъ трехъ девятокъ, остается также 1, и тѣмъ самымъ доказывается, что умноженіе сдѣлано правильно. То же служитъ и для повѣрки дѣленія, гдѣ частное число и дѣлитель почитаются за множителей дѣлимаго числа (§. 66.); однакожъ, естьли что останется послѣ дѣленія, то самое сперва надлежитъ вычесть изъ дѣлимаго числа, и по томъ, въ разсужденіи остатка, дѣлать показанную повѣрку (§. 55.) См. Таквет. Практич. Аривм. кн. I. гл. XII. примѣч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 73. *Приведеніе разнородныхъ чиселъ* (reductio heterogeneorum numerorum) есть дѣй-

дѣйствіе, чрезъ которое части цѣлаго, состоящаго изъ классовъ, или сортовъ различно раздѣленныхъ, приводятся въ одинакой меньшой сортъ. Или обратно, когда изъ меньшаго сорта выключаются большіе сорты, кои оной въ себѣ содержитъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Какъ на пр. центнеры, которые въ себѣ содержатъ меньшіе вѣсы фунтовъ и унцій, чрезъ умноженіе раздробляются такъ, что изъ центнеровъ фунты, а изъ фунтовъ унціи, равняющіяся данному числу центнеровъ, производятся. Или, когда въ противномъ содержаніи, множество унцій, содержащее въ себѣ фунты и центнеры, чрезъ дѣленіе раздѣляется такъ, что можно видѣть, сколько фунтовъ и центнеровъ содержится въ данной суммѣ унцій.

ЗАДАЧА VII.

§. 75. *Сдѣлать приведеніе разнородныхъ чиселъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Число большаго сорта умножь на единицы меньшаго сорта, составляющія большой сортъ, и къ произведенію приложи слѣдующее число къ томужъ меньшему сорту относящееся: равнымъ образомъ, когда слѣдуетъ больше сортовъ, на число единицъ ближайше меньшаго сорта, составляющихъ большой сортъ, умножается предъидущее число большаго сорта.

 ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Истинна сего дѣйствія явствуетъ изъ Аксіомы X (§. 29). Ибо, понеже цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ, то должно взять сіе число частей чрезъ умноженіе столько разъ, сколько единицъ большаго сорта содержится въ какомъ числѣ. На пр. одинъ фунтъ содержитъ въ себѣ 12 унцій, а два фунта содержатъ 24 унціи, и такъ далѣе.

ПРИМѢРЪ 1.

	центн.	фунт.	унц.
	65.	36.	8.
	100		
	6500		
	36		
фунт.	6536		
	12		
	13072		
	6536		
	78432		
	8		
унц.	78440		

При-

Примѣръ 2. Въ году считается 365 дней, 5 часовъ, 49 минутъ. Спр. сколько всѣхъ минутъ въ году содержится?

```
365 дней, 5 часовъ, 49 минутъ.
 24
----
1460
7305
----
8765 часовъ.
  60
------
525900
    49
------
525949 минутъ.
```

2. Обратно изъ меньшаго, или изъ нижняго сорта, выключатся большіе, или вышшіе сорты, естьли на число частей, кои относятся къ ближайше вышшему сорту, такъ какъ на знаменованіе того сорта, раздѣлится число ближайше нижняго сорта. На пр. ежели 6536 фунтовъ будутъ раздѣлены на 100: то произойдутъ 65 цент. съ излишествомъ 36 фунтовъ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 76. *Умножить разнородныя числа.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Приведи количество состоящее изъ разныхъ сортовъ, въ меньшой сортъ (§. 74.), и умножь на данное число (§. 61.).

2. Произведеніе меньшаго сорта приведи чрезъ дѣленіе въ большіе сорты (§. 75.), и будетъ сдѣлано умноженіе разнородныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

цент.	фунт.	унц.
12.	28.	7. умнож. на 15

```
  100
 ----
 1228
   12
 ----
 2456
 1228
------
14736
    7
------
```

унц. 14743. 15 = 221145. унц.
раздѣливъ на 12, произойдутъ 18428 фунтовъ съ 9 унціями, и сумму фунтовъ раздѣливъ на 100, выдутъ 184 цент. 28 фунт. и 9 унц., кои составятъ искомое произведеніе.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Короче сдѣлается сіе дѣйствіе, ежели, не дѣлая приведенія, числа всѣхъ сортовъ будутъ

дутъ

дутъ умножены на данное число, и произведенія всѣхъ классовъ порознь раздѣлены будутъ на приличествующее число частей; а частныя числа приложатся къ ближайше вышшимъ сортамъ.

2. Естьлижъ умножающее число будетъ очень велико, то разбей оное, или раздроби на множители, и по томъ умножай сими меньшими числами. Или раздроби оное на такія части, кои имѣютъ удобное содержаніе, и изъ частныхъ произведеній, сложенныхъ въ одну сумму, произойдетъ цѣлое произведеніе.

ПРИМѢРЪ 1

	ценш.	фунт.	унц.	
	12.	28.	7.	умнож. на 15 = 5. 3.
			5.	
	61.	42.	1	
			3	
произвед.	184.	28.	9	

	12.	28.	7	умнож.	на 15 = 5 + 10
	61.	42.	11.		5
слож.	122.	85.	10		10 части.
произв.	184.	28.	9		

При-

Примѣръ 2. Лунный мѣсяцъ имѣетъ 29 дней, 12 часовъ, 44 минуты. Спр. долгота луннаго года.

29 дней, 12 часовъ, 44 мин.
умн. на 12 = 4. 3

118. - 2 - - 56

354 дня 8 часовъ 48 минутъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшеніе явствуетъ изъ приведенія разнородныхъ и умноженія однородныхъ чиселъ, а второе рѣшеніе также явствуетъ изъ опредѣленія умноженія; понеже все равно, хотя данное число умножить на цѣлое число 15, или сперва на пять, а потомъ сложить оное само съ собою трижды. Ибо въ обоихъ случаяхъ находится равное число частей. И когда множитель раздробляется на части, и складываются части произведенія, на пр 5 и 10, вмѣсто 15: то нѣтъ никакого сомнѣнія, что и въ семъ случаѣ выходитъ цѣлое произведеніе; понеже цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29).

ЗАДАЧА IX.

§. 77. *Раздѣлить разнородныя числа.*

РѢ-

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Равнымъ образомъ число, состоящее изъ разныхъ сортовъ, приводится въ меньшой сортъ (§. 74.), и произшедшая изъ того сумма дѣлится на даннаго дѣлителя (§. 69), частное покажетъ число меньшаго сорта.

2. Сіе частное число опять чрезъ дѣленіе приводится въ вышшіе сорты (§. 75), и будетъ извѣстна искомая часть всякаго сорта.

ПРИМѢРЪ.

	цент.	фунт.	унц.
	184.	28.	9.
раздѣл. на (15)			

По приведеніи въ меньшой сортъ, выдетъ унц. 221145 : 15 = 14743; сіи унціи 14743 приведши въ фунты, чрезъ дѣленіе на 12, произойдутъ 1228 фунт. съ 7 унціями: а по раздѣленіи сего числа фунтовъ на 100, частное число будетъ 12 цент. 28 фунт. 7 унц. тоже самое число, какое сперва взято было.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Не дѣлавъ приведенія, раздѣли всѣ сорты на данное число, и ежели какой сортъ не можетъ раздѣленъ быть безъ остатка: то приведши остатокъ въ слѣдующій меньшой сортъ, приложи оной къ числу того сорта, и опять продолжай дѣленіе на тогожъ дѣлителя; такимъ образомъ произойдутъ частныя числа всѣхъ классовъ. Сіи правила, безъ дальняго доказательства, явствуютъ изъ вышеобъявленнаго.

ПРИМѢРЪ 1.

184 цент. 28 фунт. 9 унцій.
раздѣл. на 15

Раздѣливъ 184 цент. на 15, частное число будетъ 12 цент. съ 4 оставшимися, или 400 фунт. къ симъ приложи 28 фунт. изъ суммы, раздѣленной на 15, произойдетъ частное число 28 съ восемью оставшимися фунтами, или 8. 12 = 96 унц. къ коимъ приложивъ послѣднія девять унц. и сумму 105 раздѣля на 15, частное число будетъ 7, и потому тоже, что и прежде, находится частное число 12 цент. 28 фунт. 7 унц.

При-

Примѣръ 2. Солнечный годъ содержитъ въ себѣ 365 дней, 5 часовъ, 49 минутъ. Спр. долгота солнечнаго мѣсяца.

```
12 | 365 | 30 дней, 10 часовъ, 29 минутъ.
   | 36- |
   ------
       5
      24
12 | 125 | 10
   | 12  |
   ------
       5
      60
12 | 349 | 29
   | 24  |
   ------
     109
     108
   ------
       1
```

Глава третія.

О содержаніи и пропорціи.

Опредѣленіе XXV.

§. 78.

Содержаніе (Ratio) есть взаимное отношеніе двухъ количествъ одного роду, въ разсужденіи количества. Первое изъ сихъ количествъ называется *предъидущимъ* (antecedens), а другое *послѣдующимъ* (consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 79. Содержаніе есть или *Ариѳметическое* (Arithmetica), когда разсуждается о разности двухъ неравныхъ количихъ. На пр. 5 — 3 = 2. Или *Геометрическое* (Geometrica), когда разсуждается о томъ, какая часть будетъ меньшее количество большаго. На пр. содержаніе 6 къ 3, показываетъ, что меньшое количество въ большомъ содержится дважды, или есть половинная онаго часть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 80. Чего ради содержаніе Ариѳметическое, или *разность* (Differentia), находится чрезъ вычитаніе (§. 50.), а Геометрическое чрезъ дѣленіе (§. 63.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. И знакъ вычитанія, или линѣечка, для означенія Ариѳметическаго содержанія, а знакъ дѣленія, или двоеточіе, для означенія Геометрическаго содержанія, правильно употребляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 82. Кромѣ Ариѳметическаго и Геометрическаго содержанія, упоминается также *Гармоническое* (Harmonica), когда въ трехъ числахъ два крайнія имѣютъ такоежъ Геометрическое содержаніе, какое находится между разностьми перваго и средняго, средняго и послѣдняго. На пр. 6, 4, 3, гдѣ 6: 3 содержится такъ какъ 6 — 4 = 2 къ 4 — 3 = 1. Называется Гармоническое содержаніе потому, что числа онаго по большой части имѣютъ такія пропорціи, на которыхъ утверждается согласіе музыки. Пространнѣе о семъ упоминаетъ Клавій къ Эвклид. кн. 5. стран. 392. и слѣд.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 83. Въ содержаніи Геометрическомъ то число, которое показываетъ, какая часть есть меньшое количество большаго, называется *именемъ содержанія* (nomen rationis), *знаменателемъ* (denominator), также *показателемъ содержанія* (exponens rationis).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 84. *Подобныя содержанія* (rationes similes) суть, которыя имѣютъ одинакаго знаменателя (§. 8). *Содержанія неподобныя* (rationes dissimiles) суть, которыя имѣютъ не одинакаго знаменателя. Предъидущіежъ и послѣдующіе члены подобныхъ содержаній, Греческимъ словомъ называются *количества одинаковыя* (quanta homologa). На пр. 2 : 4 и 3 : 6 суть подобныя содержанія, коихъ два предъидущіе члена 2 : 3, и два послѣдующіе 4 : 6. суть одинаковые; ибо къ обоимъ равномѣрно относится пропорціональное число.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 85. *Содержаніе многочисленное* (ratio multiplex) есть, когда меньшое количество нѣсколько разъ содержится въ большомъ, и особливо называется *двойное* (dupla), ежели дважды; *тройное* (tripla), ежели трижды; *четверное* (quadrupla), ежели четырежды меньшое число содержится въ большомъ, и проч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 86. *Содержаніе сложенное чрезъ умноженіе* (ratio composita per multiplicationem), или *умноженное* (multiplicata), есть то, которое состоитъ изъ одного и тогожъ содержанія, нѣсколько разъ взятаго, или умноженнаго; или которое производится изъ умноженія подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ; и называется *удвоенное* (duplicata), когда предъидущіе и послѣдующіе члены двухъ подобныхъ содержаній умножаются между собою; *утроенное* (triplicata), когда умножаются три подобныя содержанія; *учетверенное* (quadruplicata), когда умножаются четыре подобныя пропорціональныя числа. На пр. пусть будутъ двѣ подобныя пары пропорціональныхъ чиселъ 2 : 4 = 2 : 4, то произведенія 2. 2 и 4. 4 составляетъ удвоенное содержаніе перваго, 4 : 16; естьлижъ будутъ три пары подобныхъ содержаній 2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4, и произведеніе трехъ предъидущихъ членовъ 2. 2. 2 = 8 сравнится съ произведеніемъ трехъ послѣдующихъ 4. 4. 4 = 64: то произойдетъ утроенное содержаніе перваго, 8 : 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 87. Происходитъ также сложенное содержаніе, ежели знаменатели подобныхъ содержаній будутъ умножены между собою, и дѣлается удвоенное, ежели два знаменателя, учетверенное, ежели четыре знаменателя взаимно умножатся между собою. Чего

ради

ради Эвклидъ опред. 10 кн. 5. принявъ три непрерывно пропорцїональныя числа, 2, 4, 8, содержанїе перваго къ третьему 2 : 8, назвалъ удвоеннымъ содержанїемъ перваго ко второму, и принявъ четыре непрерывно пропорцїональныя числа 2, 4, 8, 16, содержанїе перваго къ четвертому 2 : 16, назвалъ утроеннымъ содержанїемъ перваго ко второму 2 : 4.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXI.

§. 88. *Содержанїе большой неравности* (ratio maioris inaequalitatis) есть, когда большое количество относится къ меньшому. На пр. 8 : 4 есть содержанїе двойное. *Содержанїе меньшой неравности* (ratio minoris inaequalitatis) есть, когда меньшое количество относится къ большому, для означенїя котораго ставится передъ именемъ содержанїя предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 4 : 8 называется содержанїе *поддвойное*, или *половинное* (ſubdupla); 2 : 6 *подтройное* или *третное* (ſubtripla); также 2 : 4 въ разсужденїи содержанїя 4 : 16 *подъудвоенное* (ſubduplicata).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXII.

§. 89. *Содержанїе суперпартикулярное* (ratio ſuperparticularis) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверхъ того одну его нѣсколькую часть, для означенїя котораго употребляется слово *полу* (ſesqui), придавъ къ тому знаменованїе изобилующей частицы. На пр. 3 : 2 будутъ *содержанїе полуторное* (ratio ſesquialtera); понеже лишекъ есть половинная

 часть

часть меньшаго количества; 4 : 3 будетъ *содержаніе полутретное* (ratio ſesquitertia); понеже лишекъ есть третья часть меньшаго количества. И обратно, содержаніе меньшой неравности означится, когда передъ онымъ поставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 2 : 3, будетъ *содержаніе подполуторное* (ratio ſubſesquialtera). Сверьхъ того, когда данныя количества будутъ имѣть многочисленное содержаніе, тогда напереди оныхъ ставится имя многочисленнаго содержанія. На пр. 5 : 2, будетъ содержаніе *двойное полуторное* (dupla ſesquialtera); 7 : 3 *двойное полутретное* (dupla ſesquitertia); а чтобъ и содержаніе меньшой неравности означить, то напереди также ставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 3 : 7 будетъ содержаніе *поддвойное подполутретное* (ſubdupla ſubſesquitertia).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 90. *Содержаніе суперпарціенсъ* (ratio ſuperpartiens) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверхъ того многія нѣсколькія его части, кои всѣ вмѣстѣ взятыя, не составляютъ одной нѣсколькой части; и такое содержаніе въ особливости означается принятымъ за нарѣчіе именемъ превышающихъ частей, и ординальнымъ меньшаго члена. На пр. 5 : 3 будетъ содержаніе *суперпарціенсъ двѣ трети* (ſuper-

(ſuperbipartiens tertias); 8 : 5, *суперпарціенсъ три пятыя доли* (ſupertripartiens quintas),, *Содержаніе субсуперпарціенсъ* (ratio ſubſuperpartiens) есть, когда меньшое количество относится къ большому. На пр. 3 : 5 будетъ *содержаніе субсуперпарціенсъ двѣ трети* (ratio ſupſuperbipartiens tertias). Наконецъ *содержаніе многочисленное суперпарціенсъ* (ratio multiplex ſuperpartiens) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое нѣсколько разъ, и сверхъ того многія нѣсколькія его части, кои, взяты будучи вмѣстѣ, не составляютъ одной нѣсколькой части. На пр. 8 : 3 будетъ *содержаніе двойное суперпарціенсъ двѣ трети* (ratio dupla ſuperbipartiens tertias), и обратно 3 : 8, будетъ *содержаніе половинное субсуперпарціенсъ двѣ трети* (ratio ſubdupla ſubſuperbipartiens tertias).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 91. Сказано было въ опредѣленіи, что превышающія части, вмѣстѣ взятыя, не должны составлять одной нѣсколькой части меньшаго числа. Ибо, естьли оныя будутъ содержать въ себѣ одну такую часть, въ такомъ случаѣ содержаніе дѣленіемъ приводится въ *суперпартикулярное*. На пр. содержаніе 9 : 6 не есть *суперпарціенсъ три шестыя доли*; но понеже лишекъ 3 есть нѣсколькая часть меньшаго количества, то можно раздѣлить оба числа, какъ большое, такъ и меньшое на сей лишекъ, поелику большое число содержитъ въ себѣ меньшое и разность (§. 52.), и раздѣливъ, произойдетъ содержаніе 3 : 2, которое равняется первому, какъ напослѣдокъ (§. 120.) доказано будетъ; откуда происходитъ содержаніе *суперпартикулярисъ полуторное*.

Изъ чего явствуетъ, что числа, имѣющїя общаго дѣлителя, помощїю сего, сперва надлежитъ приводить въ простѣйшїя, а по томъ уже давать имя содержанїю.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 92. Но хотя содержанїе и можетъ означаться числами; однако, понеже сїи техническїя слова, для яснѣйшаго означенїя весьма приличныя, въ частомъ употребленїи находятся; того ради и за благоразсуждено истолковать оныя на семъ мѣстѣ. Пространнѣе изъясняетъ раздѣленїя содержанїй Клавїй въ Коммент. къ Эвклид. кн. V. опред. 4. стран. 354 и слѣд. см. притомъ Барров. лекц. Матем. стран. 131.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXIV.

§. 93. *Прогрессїя* (progressio) есть рядъ нѣсколькихъ подобныхъ содержанїй. Оная бываетъ или *Ариѳметическая* (Arithmetica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакую разность. На пр. 3, 5, 7, 9, и проч.; или *Геометрическая* (Geometrica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакаго знаменателя, или показателя. Такая прогрессїя называется также *пропорцїею Геометрическою* (proportio Geometrica), или *Аналогїею* (Analogia). На пр. 2, 4, 8, 16, и пр. Прогрессїя, какъ Ариѳметическая, такъ и Геометрическая, есть или *непрерывная* (continua), или *раздѣльная* (discreta). Непрерывною называется, когда всѣ числа, въ порядкѣ другъ за другомъ слѣдующїя, имѣютъ одинакую разность, или одинакаго знаменателя, ка-

каковой примѣры уже предложены. Раздѣльноюжъ называется, когда однѣ только пары пропорціональныхъ чиселъ имѣютъ подобную разность, или одинакаго знаменателя. На пр. будетъ прогрессія Ариѳметическая раздѣльная, 2 — 5 = 4 — 7; ибо между средними числами 5 и 4 находится другая разность. Прогрессіяжъ Геометрическая раздѣльная есть 2 : 4 = 3 : 6, въ которой также среднія числа имѣютъ другое содержаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 94. Въ прогрессіи Ариѳметической непрерывной всякое послѣдующее число происходитъ изъ сложенія разности съ предъидущимъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 95. Всякое число такой прогрессіи состоитъ изъ перваго, и разности столько разъ взятой, сколько всѣхъ ихъ въ порядкѣ, безъ единицы. На пр. въ прогрессіи 3. 5. 7. 9. третіе число состоитъ изъ двухъ разностей 2 + 2 и изъ перваго 3; четвертоежъ число содержитъ въ себѣ три разности и первое.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 96. Для означенія подобія содержанія чиселъ, продолжающихся въ Ариѳметической прогрессіи, между каждыми двумя ихъ парами, по причинѣ равенства разности, пишется знакъ равенства; а самое содержаніе Ариѳметическое означается линѣечкою, такъ какъ знакомъ вычитанія, между числами поставленнымъ. На пр. 5 — 3 = 9 — 7.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 97. Въ прогрессіи Геометрической, или въ пропорціи непрерывной, всякое послѣдующее число происходитъ изъ умноженія предъидущаго на знаменателя содержанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 98. Чего ради второе число есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія; третіе число

есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія, дважды въ умноженіе принятаго; четвертое число есть также произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія, трижды въ умноженіе принятаго: и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 99. Понеже подобныя содержанія имѣютъ одинакаго знаменателя (§. 84); того ради между каждыми двумя парами подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ правильно ставится знакъ равенства, и пропорція четырехъ пропорціональныхъ чиселъ пишется такимъ образомъ 2 : 4 = 3 : 6.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 100. По предложеніи главнѣйшихъ опредѣленій, и первыхъ истиннъ, кои явствуютъ изъ оныхъ, въ наукѣ о содержаніи слѣдуетъ изъяснить главнѣйшія обоихъ содержаній свойства, коихъ польза простирается по всей Математикѣ.

ТЕОРЕМА V.

§. 101. *Въ Ариѳметической прогрессіи пропорціональныхъ чиселъ, состоящей изъ четырехъ членовъ, сумма крайнихъ, то есть перваго и послѣдняго, равняется суммѣ среднихъ, то есть втораго и третьяго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что послѣдующіе члены больше предыдущихъ. Понеже четвертое число происходитъ изъ сложенія разности съ третьимъ числомъ (§. 94.), того ради сумма перваго и четвертаго содержитъ въ себѣ первое число, третіе и разность, такъ какъ части. Но второе число содержитъ въ себѣ первое и разность (§. 94.), и потому, приложивъ его къ третьему, происходитъ изъ того такая сумма,

ма, которая имѣетъ тѣ же части, какія и сумма крайнихъ; слѣдовательно обѣ суммы, поколику состоятъ изъ равныхъ частей, равны между собою (§. 29.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 102. Чего ради служитъ сіе предложеніе въ обоихъ случаяхъ, т. е. хотя четыре оныя числа будутъ состоять въ непрерывной, хотя въ раздѣльной прогрессіи. Ибо въ доказательствѣ разсуждали мы только о происхожденіи втораго и четвертаго числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 103. Ежели въ непрерывной прогрессіи дано будетъ ровное число равноразнствующихъ членовъ, и больше, нежели четыре, то въ такомъ случаѣ сумма крайнихъ равняется суммѣ среднихъ, отъ крайнихъ въ равномъ разстояніи находящихся. Ибо и въ разсужденіи сихъ чиселъ такожъ употребляется доказательство, и показывается, что суммы, такимъ образомъ произшедшія, состоятъ изъ одинакихъ частей. Пусть будутъ шесть членовъ 3, 5, 7, 9, 11, 13: то шестой членъ содержитъ въ себѣ пять разъ разность и первой членъ (§. 94.), и придавъ къ тому первой членъ, сумма будетъ имѣть дважды первой членъ и пять разностей. Также сложи второй членъ съ пятымъ. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды разность и первой членъ; а пятой членъ четырежды разность и первой членъ (§. 95.); того ради сумма втораго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и разности, пять разъ приданной. Что самое равнымъ образомъ справедливо и въ разсужденіи суммы третьяго и четвертаго.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 104. Ежели даны будутъ три только равноразнствующія числа: то сумма перваго и третьяго равняется среднему, вдвое взятому. Ибо тоже доказательство, которое выше сего предложено, и здѣсь употребить можно. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды разность и первой членъ (§. 95.); онъ же будучи взятой дважды, содержитъ въ себѣ дважды разность и дважды первой членъ. Но третій членъ содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и

есть-

естьли наконецъ придань будетъ къ нему первой членъ: то происходитъ изъ того подобная сумма, содержащая въ себѣ дважды первой членъ и дважды разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 105. И вообще, когда число сколькихъ нибудь количествъ, Ариѳметически пропорціональныхъ, будетъ неровное, то сумма крайнихъ и среднихъ членовъ равняется среднему, вдвое взятому. Пусть будетъ пять чиселъ: то сумма перваго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и изъ четырехъ разностей; но третіе число, такъ какъ среднее, содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и потому оное число, взятое вдвое, содержитъ въ себѣ дважды первой членъ и четырежды разность.

ЗАДАЧА X.

§. 106. *Къ даннымъ тремъ числамъ, Ариѳметически пропорціональнымъ, найти четвертое число.*

РѢШЕНІЕ.

Сложи два послѣдніе, изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ искомое четвертое число. Справедливость сего явствуетъ изъ предъидущей теоремы (§. 101).

ЗАДАЧА XI.

§. 107. *Къ даннымъ двумъ крайнимъ числамъ, состоящимъ въ порядкѣ трехъ Ариѳметически пропорціональныхъ членовъ, то есть, къ первому и послѣднему, найти среднее число.*

РѢШЕНІЕ.

Возьми половину изъ суммы крайнихъ чиселъ, которая покажетъ искомое среднее число (§. 104).

ЗА-

ЗАДАЧА XII.

§. 108. *Данъ первой членъ и разность; найти какое нибудь число прогрессіи Ариѳметической.*

РѢШЕНІЕ.

Умножь разность на данное число членовъ безъ единицы, и къ произведенію придай первой членъ, сумма будетъ искомое число (§. 95.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 109. *Сложить въ одну сумму числа, состоящія въ непрерывномъ порядкѣ Ариѳметически пропорціональныхъ членовъ.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже суммы крайнихъ и среднихъ членовъ равны между собою (§. 103.), и такихъ суммъ во всякомъ порядкѣ можетъ находиться столько, сколько половинное число количествъ позволяетъ; того ради сумму перваго и послѣдняго надлежитъ умножить на половину числа членовъ всей прогрессіи, произведеніе покажетъ сумму всѣхъ членовъ. На пр. естьли потребно будетъ знать, сколько разъ ударяютъ часы, отъ 1 го по полудни до 12 го включительно: то въ происходящей въ семъ случаѣ прогрессіи Ариѳметической, надлежитъ умножить сумму крайнихъ членовъ, то есть, 13, на

на половинное число членовЪ, то есть 6, и выдетЪ искомая сумма всѣхЪ членовЪ 78.

ТЕОРЕМА VI.

§. 110. *Вѣ пропорціи Геометрической, состоящей изѣ четырехѣ чиселѣ, произведеніе крайнихѣ членовѣ, то есть перваго и послѣдняго, равняется произведенію среднихѣ, то есть втораго и третьяго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Справедливость сего предложенія явствуетЪ изЪ слѣдующаго: понеже подобные, или одинакіе множители производятЪ одинакія произведенія (§. 58.); а вЪ умноженіи крайнихЪ и среднихЪ пропорціональныхЪ чиселЪ находятся одинакіе множители. Ибо четвертой членЪ происходитЪ изЪ умноженія знаменателя на третій членЪ (§. 97.): того ради произведеніе изЪ перваго и четвертаго происходитЪ изЪ множителей, перваго, третьяго члена и знаменателя, между собою умноженныхЪ. И понеже второй членЪ происходитЪ изЪ умноженія перваго на знаменателя содержанія (§. 97.): то естьли третій членЪ умножится на второй, произведеніе изЪ того будетЪ имѣть множителей подобныхЪ первымЪ, то есть первой членЪ, знаменателя содержанія и третій членЪ; слѣдовательно оба произведенія крайнихЪ

нихъ и среднихъ равны между собою. Но понеже въ семъ доказательствѣ отношенiе втораго къ третьему не принимается въ разсужденiе: то явствуетъ, что сiе свойство есть общее какъ непрерывной, такъ и раздѣльной пропорцiи. На пр. 2 : 4 = 8 : 16; слѣдовательно 2. 16 = 4. 8 = 32; или, въ раздѣльной пропорцiи 2 : 4 = 3 : 6, будетъ 2. 6 = 4. 3 = 12.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 111. Ежели будутъ даны три только пропорцiональныя числа: то среднее число имѣетъ двоякое отношенiе, къ первому и третьему; чего ради оно за дважды данное принято быть можетъ, и тогда произведенiе крайнихъ равняется произведенiю средняго, самого на себя умноженнаго. На пр. 2 : 4 = 4 : 8, и 2. 8 = 4. 4 = 16.

ПРИБАВЛЕНIЕ. 2.

§. 112. Но естьли въ какихъ нибудь четырехъ числахъ произведенiе крайнихъ равняется произведенiю среднихъ: то тѣ числа суть Геометрически пропорцiональныя, понеже о сихъ только доказано было оное свойство. Чего ради, естьли среднiя числа перемѣнятся, и третiй членъ на мѣсто втораго, а второй на мѣсто третьяго поставится, понеже произведенiе ихъ то же будетъ: то слѣдуетъ, что въ четырехъ пропорцiональныхъ числахъ, также *переложенное, или перемѣненное содержанiе* (alternata vel permutata ratio) перваго къ третьему и втораго къ четвертому имѣетъ мѣсто. На пр. въ пропорцiи 2 : 4 = 6 : 12, будетъ слѣдующее переложенiе среднихъ, или *перемѣненное содержанiе* 2 : 6 = 4 : 12.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 113. 1. Сверьхъ того, ежели два пропорцiональныя числа какой пропорцiи, то есть предъидущiй и последующiй членъ, сложатся въ одну сумму, и будутъ сравнены съ предъидущимъ и послѣдующимъ, тогда бы-

бываетъ пропорція, *сложенная чрезъ сложеніе* (addendo compoſita); поколику въ оной произведеніе крайнихъ и среднихъ будетъ одинакое. На пр. 2 : 4 = 6 : 12, будетъ *сложенная пропорція* 2 + 4 : 2 = 6 + 12 : 6, также 2 : 2 + 4 = 6 : 6 + 12, и 2 + 4 : 4 = 6 + 12 : 12, или, 6 : 4 = 18 : 12, въ которой 6. 12 = 4. 18 = 72.

2. Также, ежели два предъидущіе и два послѣдующіе члена будутъ сложены въ одну сумму, то явствуетъ, что и сіи суммы имѣютъ такоежъ содержаніе, какое было между предъидущимъ и послѣдующимъ; поколику произведеніе крайнихъ и среднихъ то же выходитъ. Равномѣрно, ежели и множайшихъ подобныхъ содержаній предъидущіе и послѣдующіе члены сложатся, то происходятъ изъ того такія суммы, которыя содержатся между собою такъ, какъ всякой предъидущій членъ къ своему послѣдующему. И обратно, естьли предъидущій членъ будетъ вычтенъ изъ предъидущаго, и послѣдующій изъ послѣдующаго, остатки ихъ имѣютъ прежнее содержаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 4.

§. 114. Наконецъ, естьли порядокъ непрерывно пропорціональныхъ чиселъ продолжится далѣе, то равнымъ образомъ, какъ и въ предъидущей теоремѣ, доказать можно, что произведеніе крайнихъ равняется произведенію всякихъ среднихъ въ равномъ разстояніи отъ крайнихъ находящихся; или среднему самому на себя умноженному, ежели число членовъ будетъ неровное. Пусть будетъ дано пять членовъ 2, 4, 8, 16, 32. Пятой членъ произошелъ изъ четырежды въ умноженіе взятаго знаменателя и умноженнаго на первой членъ (§. 98.); слѣдовательно, умноживъ его опять на первой членъ, произведеніе будетъ имѣть множителей четыре знаменателя и два первые члена. Четвертой происходитъ изъ трижды въ умноженіе взятаго знаменателя на первой членъ, а второй есть произведеніе изъ перваго и знаменателя содержанія (§. 98); чего ради произведеніе втораго и четвертаго, такъ какъ среднихъ членовъ, имѣетъ тѣхъ же множителей, четыре раза знаменателя, и дважды первой членъ, и сіе произведеніе равно первому (§. 98); а третій членъ, произшедшій изъ дважды въ умноженіе взятаго знаменателя на первой, естьли умножится самъ на себя, то произведеніе будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена, и потому оно точно равняется первымъ произведеніямъ.

ЗА-

ЗАДАЧА XIV.

§. 115. *Къ даннымъ тремъ первымъ Геометрически пропорціональнымъ числамъ найти четвертое число.*

РѢШЕНІЕ.

Два послѣднія члена взаимно умножъ между собою, произведеніе раздѣли на первой членъ, частное будетъ искомое четвертое пропорціональное число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже два послѣднія числа, состоящія между первымъ и искомымъ четвертымъ, суть среднія, коихъ произведеніе равняется произведенію изъ перваго на четвертое (§. 110), и понеже чрезъ дѣленіе находится частное число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производитъ дѣлимое (§. 66); того ради слѣдуетъ, что оное частное число есть искомое четвертое пропорціональное.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 116. Обратно, къ даннымъ тремъ послѣднимъ пропорціональнымъ числамъ находится первое, естьли два данные первые члена, которые въ такомъ случаѣ почитаются за среднїе между третьимъ и искомымъ первымъ, будутъ умножены взаимно между собою, а произведенїе раздѣлится на третїе число.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 117. Сїи два правила, помощїю которыхъ изъ трехъ пропорцїональныхъ чиселъ находится четвертое, или первое число, для великой пользы, *златыми*, также *тройными правилами* называются. И первое изъ оныхъ, когда изъ трехъ

данныхЪ первыхЪ чиселЪ находится четвертое; *прямымЪ* (Directa); а другое, когда изЪ трехЪ данныхЪ послѣднихЪ чиселЪ находится первое, *возвратительнымЪ*, или *обратнымЪ* (Reciproca, vel inversa) называется. О употребленіи которыхЪ при рѣшеніи разныхЪ задачь, ниже сего вЪ особливой главѣ изЪяснено будетЪ пространнѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 118. Когда даны два крайнія числа, и требуется найти среднее: то вЪ такомЪ случаѣ произведеніе крайнихЪ должно раздѣлить такимЪ образомЪ, чтобЪ произошло изЪ того такое число, которое бы, будучи умножено само на себя, равнялось произведенію крайнихЪ. Но для сей практики надлежитЪ знать извлеченіе квадратнаго радикса, о чемЪ ниже сего вЪ особенной главѣ предложено будетЪ.

ТЕОРЕМА VII.

§. 119. *Произведенія пропорціональныхЪ чиселЪ, на одинакое число умноженныхЪ, имѣютЪ такоежЪ содержаніе, какое данныя числа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПустЪ будутЪ множимыя пропорціональныя числа 3 : 6. Когда множителемЪ 4 умножится первое число 3: то будетЪ единица кЪ множителю 4 содержаться такЪ, какЪ множимое число 3 кЪ произведенію 12; равнымЪ образомЪ, когда множителемЪ 4 умножится другое число 6: то единица кЪ множителю 4 будетЪ содержаться такЪ, какЪ множимое число 6 кЪ произведенію 24 (§. 57). Но содержаніе единицы кЪ одному и томужЪ множителю всегда себѣ подобно,

или

или равно; слѣдовательно и прочія содержанія 3 : 12 и 6 : 24 будутъ подобны (§. 24). И какъ извѣстно, что въ подобныхъ содержаніяхъ можно употребить перемѣненіе, или преложеніе членовъ (§. 112): то будетъ 3 : 6 = 12 : 24, или произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое данныя числа.

Другое доказательство.

Въ четырехъ числахъ: 3, 6, 12, 24, произведеніе крайнихъ 3. 24, то есть 3. 6. 4 равно произведенію среднихъ 6. 12, то есть 6. 3. 4. поелику оба сіи произведенія происходятъ изъ одинакихъ множителей: и потому четыре оныя числа составляютъ Геометрическую пропорцію 3 : 6 = 12 : 24. (§. 112).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 120. *Частныя числа пропорціональныхъ количествъ, на одно и тоже число раздѣленныхъ, имѣютъ одинакое содержаніе съ данными числами.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ пропорціональныя числа 12: 24 раздѣлены на одно и тоже число 4: то въ обоихъ случаяхъ единица къ дѣлителю содержится такъ, какъ частное число къ

дѣлимому (§. 64 и §. 112.), изъ чего происходятъ слѣдующія пропорціи:

$1 : 4 = 3 : 12$ и $1 : 4 = 6 : 24$

и понеже единица къ одному и томужъ дѣлителю имѣютъ всегда одинакое содержаніе; то будетъ (§. 24.) $3 : 12 = 6 : 24$, или черезъ членъ (§. 112.)

$3 : 6 = 12 : 24$. ч. н. д.

Другое доказательство.

Понеже дѣлимыя числа 12 и 24 можно принять за произведенія изъ частныхъ 3 и 6, на общаго дѣлителя 4, то сія теорема такимъ же образомъ доказана быть можетъ, какъ и предыдущая.

ТЕОРЕМА IX.

§. 121. *Въ прогрессіи Геометрической непрерывной знаменатель безъ единицы содержится къ единицѣ, такъ какъ разность крайнихъ членовъ къ суммѣ всѣхъ членовъ безъ самаго большаго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетъ прогрессія 162, 54, 18, 6, 2; то, поелику $162 : 54 = 54 : 18 = 18 : 6 = 6 : 2$ (§. 93.), будетъ также $162 - 54 : 54 = 54 - 18 : 18 = 18 - 6 : 6 = 6 - 2 : 2$, и $162 - 54 + 54 - 18 + 18 - 6 + 6 - 2$, то есть $162 - 2 : 54 + 18 + 6 + 2 = 6 - 2 : 2$ (§. 113.)

Но $6 : 2 = 3 : 1$ (§. 63. 80. 83.) и потому $6 - 2 : 2 = 3 - 1 : 1$ (§. 113.) слѣдовательно $3 - 1 : 1 = 162 - 2 : 54 + 18 + 6 + 2$ (§. 24.)

Дру-

Другое доказательство.

Пусть будетъ прогрессія 162, 54, 18, 6, 2, въ которой знаменатель 3; то слѣдующая пропорція имѣетъ мѣсто:

$3 - 1 : 1 = 162 - 2 : 54 + 18 + 6 + 2$
потому что произведеніе крайнихъ членовъ $162 + 54 + 18 + 6 - (54 + 18 + 6 + 2)$ равно произведенію среднихъ $162 - 2$. (§. 112).

ЗАДАЧА XV.

§. 122. *Найти сумму всѣхъ членовъ прогрессіи Геометрической непрерывной, когда будутъ извѣстны крайніе члены и знаменатель.*

РѢШЕНІЕ.

Раздѣли разность крайнихъ членовъ на знаменателя безъ единицы, и къ частному числу приложи большой членъ, то выдетъ сумма всѣхъ членовъ (§. 115 и 121).

ПРИМѢРЪ.

Нѣкто продаетъ коня съ тѣмъ условіемъ, чтобъ ему заплачено было только за 16 гвоздей въ подковахъ, а именно: за первой гвоздь 1 полушка, за второй 3, за третій 9 полушекъ, и такъ далѣе, за каждый слѣдующій гвоздь втрое больше предыдущаго. Спр. чего стоитъ тотъ конь?

 Боль-

Большой членъ въ семъ случаѣ будетъ 14348907 (§. 98), меньшой членъ. 1

$3 - 1 = 2$) 14348906

7174453

14348907

сумма всѣхъ членовъ. 21523360 полушекъ.

руб. коп.

или 53808,40

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 123. Немногія предложенія, о которыхъ теперь говорено было, изъ наиполезнѣйшей главы и пропорціяхъ предъ прочими достойны примѣчанія, понеже на нихъ утверждаются и прочія сего рода истинны: большежъ о томъ ниже сего, помощію всеобщей Ариѳметики, въ Аналитической наукѣ, пристойнѣе и короче доказано будетъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О ломаныхъ числахъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 124.

Ломаное число (Numerus fractus) есть часть цѣлаго, или единицы, представляющей нѣкое цѣлое, состоящее изъ извѣстнаго числа частей. На пр. ежели цѣлое имѣетъ пять частей, и изъ оныхъ взята будетъ одна часть, или больше: то число, означающее оную

часть,

часть, или опыя части, называется *ломанымъ*, также *дробью* (Fractio).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 125. Дробь изображается двумя числами, отдѣленными между собою линѣею, изъ которыхъ верхнее опредѣляетъ взятыя части цѣлаго, и называется *числитель* (numerator); а нижнее означаетъ всѣ части цѣлаго, и называется *знаменатель* (denominator). На пр. $\frac{3}{5}$ значитъ три части цѣлаго, которое имѣетъ пять частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 126. И такъ количество дроби состоитъ въ содержаніи числителя къ знаменателю, и чѣмъ больше единицъ знаменателя содержитъ въ себѣ числитель, тѣмъ больше дробь бываетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 127. Для той же причины, естьли не перемѣняя числителя, увеличишь въ нѣсколько кратъ знаменателя, то дробь во столько же кратъ уменьшится. То есть, ежели умножишь знаменателя на 2, то дробь будетъ взята половинная; понеже знаменатель, сдѣлавшись вдвое больше, содержитъ въ себѣ и числителя вдвое больше кратъ противъ прежняго. Равнымъ образомъ, ежели знаменатель трижды, или четырежды чрезъ умноженіе самъ съ собою будетъ сложенъ: то происходитъ изъ того третья и четвертая часть дроби. Или, половинная, третья, и проч. часть дроби берется, умножая знаменателя на 2, на 3 и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 128. Но не перемѣняя знаменателя, когда части прикладываются къ числителю, тогда дробь увеличивается во столько же кратъ, во сколько увеличивается числитель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 129. Ежели случится, что сумма единицъ въ числителѣ будетъ больше знаменателя: то такая дробь

будетъ больше цѣлаго, и обыкновенно называется *неправильною* (impropria).

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 130. Когдажъ числителя и знаменателя умножишь, или раздѣлишь на одно и то же число, понеже содержаніе чиселъ не перемѣняется (§. 119. 120.): то и дробь не перемѣняется, но имѣетъ то же точно количество.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 131. *Чистая дробь* (fractio pura), каковая до сихъ мѣстъ была описана, есть та, которая имѣетъ только числителя и знаменателя; *смѣшенная* жъ (mixta) есть та, при которой находится цѣлое число. На пр. $2\frac{3}{5}$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 132. *Приведеніе дробей* (reductio fractionum) называется всякое такое дѣйствіе, чрезъ которое видъ дробей перемѣняется, чтобъ удобнѣе можно было разумѣть количество и знаменованіе оныхъ. На пр. ежели большія числа приведены будутъ въ меньшія, или знаменатель дроби сравнится съ другимъ извѣстнѣйшимъ, или изъ разныхъ знаменателей произведенъ будетъ одинъ общій.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 133. *Самая большая общая мѣра дроби* (communis mensura maxima fractionis) есть самой большой дѣлитель обоихъ чиселъ, помощію котораго оныя числа приводятся

въ

вѣ самыя меньшія, имѣющія сѣ первыми одинакое содержаніе.

ЗАДАЧА XVI.

§. 134. *Найти самую большую общую мѣру двухъ чиселъ дроби.*

РѢШЕНІЕ.

1. Большое число раздѣли на меньшое, и меньшое на остатокѣ.
2. Ежели во второмѣ дѣленіи что нибудь еще останется, то предѣидущаго дѣлителя раздѣли на сей остатокѣ, и такое дѣйствіе далѣе продолжай до тѣхѣ порѣ, пока не дойдешь до такого числа, которое раздѣляетѣ меньшое послѣднее число безѣ остатка; и послѣдній сей дѣлитель будетѣ самая большая мѣра двухѣ чиселѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели послѣдній дѣлитель содержится безѣ остатка вѣ остаточномѣ дѣлимомѣ числѣ, то онѣ будетѣ также мѣрою и предѣидущихѣ чиселѣ, то есть большаго и меньшаго числа, которыя разнствуютѣ между собою тѣмѣ остаткомѣ, потому что вѣ большомѣ числѣ содержится меньшое сѣ остаткомѣ (§. 32). Что тотѣ же послѣдній дѣлитель будетѣ притомѣ самая большая общая мѣра обоихѣ чиселѣ, доказывается тѣмѣ, что всякой другой дѣлитель будетѣ его мѣрою, и потому онаго меньше. На пр.

дана дробь $\frac{16}{72}$, въ которой 72 раздѣливъ на 16, останется 8; но меньшое число 16 раздѣливъ на 8, ничего не остается; и потому число 8, понеже на оное оба числа раздѣляются безъ остатка, будетъ общая мѣра обоихъ чиселъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 135. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей числитель и знаменатель суть большія числа: то оныя чрезъ дѣленіе на самую большую общую мѣру приводятся въ меньшія числа, составляющія дробь равную первой (§. 130.). Но въ меньшихъ числахъ, въ коихъ общія мѣры, хотя не самыя большія, скоро усматриваются, справедливо оставляются тѣ обстоятельства, кои наблюдаются при сыскиваніи самой большой мѣры.

ЗАДАЧА XVII.

§. 136. *Привести неправильныя дроби въ цѣлыя, или въ смѣшенныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже числитель неправильной дроби есть больше знаменателя (§. 129); того ради числитель ея дѣлится на знаменателя, частное число покажетъ, сколько разъ неправильная дробь содержитъ въ себѣ цѣлое (§. 63). Естьлижъ что сверхъ того останется, то оное приписывается къ цѣлому на подобіе дроби, и производится изъ того искомая смѣшенная дробь. На пр. $\frac{13}{4}$ содержитъ въ себѣ 3 и $\frac{1}{4}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 137. Обратно, данная смѣшенная дробь превращается въ чистую, когда цѣлое число, находящееся при дроби, умножается на знаменателя, къ произведенію придает-

дается числитель, и подЪ суммою подписывается знаменатель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 138. И цѣлыя принимаютЪ видЪ чистой дроби, когда подЪ оныя проведши линѣю, подписывается единица. На пр. $\frac{3}{1}$ суть три цѣлыя.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 139. *Двѣ дроби, или больше, имѣющія разныхъ знаменателей, привести въ равныя имъ, имѣющія одинакаго знаменателя.*

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. *Ежели дано будетЪ привести двѣ дроби*, то знаменатель каждой дроби умножается на числителя и знаменателя другой, такимЪ образомЪ произойдутЪ равныя дроби (§. 130), имѣющія одинакаго знаменателя; понеже нижнія числа, то есть знаменатели, будучи умножены между собою дважды, неотмѣнно должны произвести равныя произведенія (§. 58), на пр. $\frac{3}{5}, \frac{2}{3} = \frac{9}{15}, \frac{10}{15}$.

Случай 2. *Ежели дано будетЪ привести больше дробей*, то каждой дроби числитель и знаменатель умножается на произведеніе изЪ всѣхЪ прочихЪ знаменателей. На пр дроби $\frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$, приводятся кЪ общему знаменателю слѣдующимЪ образомЪ:

$$\frac{4}{7}.\ \frac{15}{15} = \frac{60}{105};\ \frac{3}{5}.\ \frac{21}{21} = \frac{63}{105};\ \frac{2}{3}.\ \frac{35}{35} = \frac{70}{105}.$$

Или

1. Умножаются всѣ знаменатели взаимно сами на себя, произведеніе изЪ того будетЪ общій знаменатель.

2. Сей знаменатель дѣлится на каждаго знаменателя дробей, и частныя числа умножаются на соотвѣтствующихъ числителей, произведенія изъ того покажутъ числителей, кои, будучи поставлены надъ общимъ знаменателемъ, производятъ дроби равныя даннымъ и одинакаго знаменованія. На пр. дробей $\frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ будетъ общій знаменатель 105, коего $\frac{1}{7} = 15$, $\frac{1}{5} = 21$, и $\frac{1}{3} = 35$; чего ради $\frac{4}{7} = \frac{60}{105}$ и $\frac{3}{5} = \frac{63}{105}$ и $\frac{2}{3} = \frac{70}{105}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Основанія рѣшенія, *въ разсужденіи перваго случая*, выше сего *уже* показаны; во второмъ же случаѣ явствуетъ, что чрезъ дѣленіе общаго знаменателя находятся такія частныя числа, коихъ произведенія на числителей, къ общему знаменателю имѣютъ такое содержаніе, какое первые числители имѣли къ своимъ знаменателямъ. Ибо нѣсколькую часть, чрезъ дѣленіе на каждаго знаменателя найденную, беру я столько разъ, сколько единицъ находится въ числителѣ. На пр. понеже $\frac{1}{7} = \frac{15}{105}$: то будетъ $\frac{4}{7}$ вчетверо больше, то есть $\frac{60}{105}$. И потому найденныя такимъ образомъ дроби равны первымъ (§. 119 и 126.), и притомъ имѣютъ одинакое знаменованіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 140. Когда дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей, тогда онѣ содержатся между собою какъ числители. (§. 120.) На пр. $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ имѣютъ содержаніе 2 : 4 половинное.

ЗАДАЧА XIX.

§. 141. *Сложить ломаныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Ежели данныя ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей, то одни только числители, поколику они означаютъ части цѣлаго (§. 125.), складываются, и подъ суммою ихъ подписывается общій знаменатель (§. 128.).

2. Ежелижъ данныя ломаныя числа будутъ имѣть разныхъ знаменателей, то оныя сперва приводятся къ одинакому знаменателю (§. 139.), а по томъ складываются ихъ числители. На пр. $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 142. Когда цѣлыя съ дробьми, или дроби съ цѣлыми складываются, тогда происходитъ изъ того смѣшенная дробь, о которой выше сего сказано (§. 135. 136.).

ЗАДАЧА XX.

§. 143. *Вычесть между собою ломаныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

Также приводятся дроби къ одинакому знаменованію (§ 137.), ежели не имѣютъ онаго; по томъ числитель меньшей дроби вычитается изъ числителя большей, и подъ остаткомъ подписывается общій знаменатель. На пр. $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 144. Когда надлежитъ вычитать дроби изъ цѣлыхъ чиселъ, тогда цѣлое число, или, ежели оно содержитъ въ себѣ многія единицы, одна токмо единица отъ онаго отнятая, приводится сперва къ такому зна-

знаменованію, какое имѣетъ дробь (§. 137.), и по томъ дѣлается вычитаніе. На пр. изъ 1 надлежитъ вычесть дробь $\frac{2}{3}$: то будетъ $\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$. Естьлижъ требуется вычесть смѣшенную дробь изъ смѣшенной же, то вычитается прежде чистая дробь изъ чистой, а по томъ цѣлое число изъ цѣлаго. Ежели чистая дробь при вычитаемомъ числѣ будетъ больше другой, то въ такомъ случаѣ занятая отъ цѣлаго числа единица съ меньшею дробью приводится прежде въ неправильную, а по томъ уже дѣлается вычитаніе.

ЗАДАЧА XI.

§. 145. *Умножить ломаныя числа съ цѣлыми, и между собою.*

РѢШЕНІЕ.

1. Даннымъ цѣлымъ числомъ умножается числитель дроби; ибо она подлинно есть такая часть, которую надлежитъ складывать съ самой собою столько разъ, сколько единицъ находится въ множителѣ (§. 125.), и подъ произведеніемъ подписывается тотъ же знаменатель. На пр. $\frac{2}{3}$ умноживъ на 5, будетъ произведеніе $\frac{10}{3}$.

2. Въ чистыхъ же дробяхъ умножается числитель на числителя, и знаменатель на знаменателя, и оное произведеніе числителемъ, а сіе знаменателемъ произведенной дроби принимается. На пр. $\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ (§. 130.).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенія доказывается такимъ образомъ: умноживъ знаменателя, не премѣняя числителя, дробь уменьшается (§. 127.),

(§. 127.), или берется такая ея часть, какую означаетЪ содержаніе единицы кЪ множителю. На пр. дроби $\frac{2}{3}$ нижнее число 3, будучи умножено на 4, производитЪ $\frac{2}{12}$, или четвертую часть первой дроби. Но ежели и числитель дроби умножится на числителя, то будетЪ взято столько частей, сколько оныхЪ содержитЪ вЪ себѣ числитель множителя. На пр. $\frac{2}{12}$, будучи умножены на 2, производятЪ вдвое больше, то есть $\frac{4}{12}$, и потому умноженіе сдѣлано правильно (§. 57.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§ 146. Понеже чрезЪ умноженіе дробью, не таже самая дробь складывается сама сЪ собою нѣсколько разЪ, но токмо берется такая ея часть, какую означаетЪ умножающая дробь, то и не удивительно, что производится дробь меньше первой. КогдажЪ умножающая дробь будетЪ неправильная, содержащая вЪ себѣ цѣлое число однажды, или нѣсколько разЪ, тогда и произведеніе бываетЪ больше множимаго.

ЗАДАЧА XXII.

§. 147. *Раздѣлить дробь на дробь.*

РѢШЕНІЕ.

Обороти дробь дѣлителя, и противуположенныя верхнія и нижнія числа умножь между собою, произведеніе, на подобіе дроби написанное, будетЪ представлять частное число. На пр. $\frac{2}{3}$ должно раздѣлить на $\frac{2}{6}$, то оборотивЪ дѣлителя $\frac{2}{3} \times \frac{6}{2}$, произведеніе $\frac{12}{6} = 2$ показываетЪ, что дѣлитель содержится вЪ дѣлимомЪ числѣ дважды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ дѣленіе находится содержаніе количествъ, сколько разъ меньшое содержится въ большомъ (§. 63.), и такое содержаніе познается, когда числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя, безъ онаго сравниваются между собою (§. 140.); но ежели раздѣляющую дробь оборотивъ, противоположенныя верхнія и нижнія числа умножатся между собою: то происходятъ изъ того числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя, поелику находятся оные чрезъ умноженіе числителя оной дроби на знаменателя другой (§. 132. нум. 1.). И потому никакого нѣтъ сомнѣнія, что оборотивъ сперва дѣлителя, послѣ того произведенія противоположенныхъ чиселъ показываютъ содержаніе двухъ дробей (§. 80.), или частное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 148. Когда надлежитъ раздѣлить цѣлое число, то понеже цѣлыя, подписавъ подъ оныя единицу, принимаютъ видъ дроби (§. 138.), ежели раздѣляющая оборотится, то знаменатель ея, на данное цѣлое число умноженной, съ подписаннымъ подъ него числителемъ, будетъ показывать частное число. На пр. 6 должно раздѣл. на $\frac{2}{4}$, то $\frac{6}{1} \times \frac{4}{2} = \frac{24}{2} = 12$, то есть, половина въ шести цѣлыхъ содержится двенатцать разъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 149. Также удивляться не должно, что частное число въ семъ дѣленіи происходитъ больше дѣлимаго; понеже спрашивается здѣсь содержаніе дробей, между собою и съ цѣлыми числами сравненныхъ (§. 80.).

Ибо,

Ибо когда содержится дробь въ другой дроби однажды, или нѣсколько разъ; тогда частное число должно изображаться неправильною дробью, которая означаетъ одно цѣлое, или больше (§. 129)

ЗАДАЧА XXIII.

§. 150. *Привести всякую дробь въ другую, ей равную, коей знаменатель данъ.*

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже тѣ дроби равны между собою, коихъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ одинакое содержаніе (§. 126), то когда числитель и знаменатель, и слѣдовательно ихъ взаимное содержаніе извѣстно: данному знаменателю найдется соотвѣтствующій въ подобномъ содержаніи числитель, по тройному правилу (§. 115.) Ибо здѣсь будетъ слѣдующая пропорція: какъ знаменатель данной дроби къ своему числителю, такъ данной знаменатель содержится къ соотвѣтствующему своему числителю. Чего ради данной знаменатель умножается на числителя дроби, а произведеніе изъ того дѣлится на знаменателя ея, частное число покажетъ числителя, которой надлежитъ поставить надъ знаменателемъ. На пр. пусть будетъ дробь $\frac{2}{3}$, требуется найти ей равную дробь, коей знаменатель уже данъ 24: то располагаются члены такимъ образомъ:

$$3 : 2 = 24 : 16.$$

слѣдоват. $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.

Ж ПРИ-

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 151. Чего ради, помощїю сего способа всякая дробь, коей знаменатель изображаетъ цѣлое, необыкновенно раздѣленное, можетъ сравнена быть съ частью такого цѣлаго, коего раздѣленїе принято другое. На пр. ежели даны будутъ $\frac{4}{15}$ фунта, которой раздѣляется на 12 унц. то по предъидущему правилу будетъ 12 ⋅ 4 = 48, и 48 : 15 = 3 $\frac{3}{15}$, или 3 + $\frac{1}{5}$ показываютъ знаменованїе дроби.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 152. Нѣтъ нужды разсуждать въ особенности о дробяхъ дробей, потому что умноживъ ломаныя числа взаимно между собою, происходятъ изъ того простыя дроби, о которыхъ довольно изъяснено. На пр. ежели должно будетъ взять $\frac{2}{6}$ изъ $\frac{4}{8}$: то произведенїе $\frac{8}{48}$, или $\frac{1}{6}$ показываетъ искомую частицу, то есть $\frac{1}{6}$ есть третья часть половины.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XL.

§. 153. *Десятичныя дроби* суть тѣ, которыя имѣютъ знаменателемъ единицу съ нулями, а изображаются однимъ только числителемъ, отдѣляемымъ отъ цѣлаго числа запятою; на пр. вмѣсто $\frac{3}{10}$ пишется 0, 3; вмѣсто 2 $\frac{7}{100}$ поставляется 2, 07; такъ что первое мѣсто отъ единицы къ правой рукѣ занимаютъ десятыя доли, второе сотыя, третье тысячныя, и такъ далѣе; а на пустыхъ мѣстахъ ставится нуль.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 154. *Сложить между собою десятичныя дроби.*

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

Поставь данныя дроби одну подъ другою, такъ чтобъ единицы стояли подъ единицами, десятыя доли подъ десятыми, сотыя подъ сотыми, и дополнивъ пустыя мѣста нулями, поступай съ данными дробями такъ же, какъ и съ цѣлыми числами (§. 48 и 153).

ПРИМѢРЪ.

Спрашивается сумма ломаныхъ чиселъ:
0, 12 + 3, 045 + 678, 9.

	0, 120
	3 045
	678, 900
сумма	682, 065

ЗАДАЧА XXV.

§. 155. ***Вычесть десятичную дробь изъ десятичной.***

РѢШЕНІЕ.

Дополнивъ пустыя мѣста нулями, поступай съ данными ломаными числами, какъ и съ цѣлыми (§. 53 и 153.).

ПРИМѢРЪ.

Требуется вычесть 678, 9 изъ 682,065.

	682,065
	678, 900
разность	3, 165

ЗАДАЧА XXVI.

§. 156. *Умножить между собою десятичныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Принявъ данныя дроби за цѣлыя числа, сдѣлай простое умноженіе (§ 61), и въ произведеніи отдѣли отъ правой руки столько десятичныхъ знаковъ, сколько ихъ находится въ обоихъ множителяхъ.

ПРИМѢРЪ.

```
     123,004
       3,67
  ------------
     861028
    738024
   615020
  ------------
   697,43268 произведеніе
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ справедливости сего дѣйствія легко увѣриться можно, естьли принять знаменателей, и поступать по предписанному правилу въ §. 145.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 157. *Раздѣлить десятичную дробь на десятичную.*

РѢШЕНІЕ.

Принявъ данныя дроби за цѣлыя числа, сдѣлай простое дѣленіе (§. 69), и въ частномъ числѣ отдѣли отъ правой руки столько десятичныхъ знаковъ, сколькими дѣлимое превышаетъ дѣлителя.

ПРИ-

ПРИМѢРЪ.

```
5,67 ) 697,43268 ( 123,004 частное
       567
       ----
       1304
       1134
       ----
        1703
        1701
        ----
          2268
          2268
          ----
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Справедливость сего дѣйствія явствуетъ изъ умноженія десятичныхъ дробей.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О извлеченіи квадратныхъ и кубическихъ радиксовъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 158.

Квадратное число (numerus quadratus) есть, которое происходитъ изъ умноженія одного числа самого на себя. *Радиксъ* (radix) квадратной есть самое то число, которое, будучи умножено само на себя, производитъ квадратъ. Квадраты десяти единицъ изображаетъ слѣдующая таблица.

радиксы.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
квадраты.	1	4	9	16	25	36	49	64	81

ТЕОРЕМА IX.

§. 159. *Квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже квадраты происходятъ изъ умноженія чиселъ самихъ на себя; того ради, ежели два пропорціональныя числа 2 : 4 взяты будутъ вмѣсто радиксовъ, явствуетъ, что въ пропорціи, изъ такихъ пропорціональныхъ чиселъ, дважды поставленныхъ, состоящей, 2 : 4 = 2 : 4, для произведенія квадратовъ, умножаются между собою два предъидущія и два послѣдующія числа, и произшедшія изъ того два произведенія имѣютъ удвоенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 87.); слѣдовательно квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 160. *Извлеченіе квадратнаго радикса* (extractio radicis quadratae) есть способъ находить квадратной радиксъ изъ даннаго квадратнаго числа.

ЗАДАЧА. XXVIII.

§. 161. *Извлечь квадратной радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на члены, начиная отъ правой руки, и для каждаго члена опредѣли по два знака.

2, Изъ послѣдняго члена, къ лѣвой рукѣ, вычти квадратъ равной, или ближайше меньшой (. 158.); остатокъ подпиши подъ онымъ членомъ, а радиксъ поставь за линѣею, вмѣсто частнаго числа.

3. Къ остатку снеси слѣдующій членъ, удвой найденной радиксъ, и удвоенной, такъ какъ новаго дѣлителя, напиши подъ лѣвымъ знакомъ слѣдующаго члена, и ежели удвоенной радиксъ будетъ состоять изъ многихъ знаковъ, то прочіе его знаки, далѣе къ лѣвой рукѣ, ставь подъ оставшимися послѣ вычитанія знаками.

4. По томъ смотри, сколько разъ новой дѣлитель содержится въ соотвѣтствующихъ ему знакахъ, и частное число поставь подлѣ перваго, также перенеси его на порожнее мѣсто подъ снесеннымъ членомъ, то есть подъ правой его знакъ.

5. Произведеніе сего дѣлителя на новое частное число, вычти изъ дѣлимаго числа, и остатокъ, ежели какой будетъ, замѣть подъ линѣею.

6. Показанное дѣйствіе (нум. 3. 4. 5.) повторяй столько разъ, сколько членовъ квадратнаго числа сверьхъ того останется, и рѣшеніе, или извлеченіе, продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

7. Ежели по окончаніи сего дѣйствія что нибудь останется отъ квадратнаго числа, то хотя и никогда не можно найти совершеннаго радикса; однако могутъ еще найдены быть десятичныя дроби, помощію которыхъ можно близко подойти къ истинному количеству радикса. То есть, придаются къ оставшемуся числу, одинъ членъ, два члена, или больше, имѣющіе по два нуля, и продолжается показанное дѣйствіе извлеченія. Ибо, по приложеніи одной пары нулей, находятся остаточныя десятыя части, помощіюжъ другой пары нулей дѣлаются извѣстными сотыя части, и такъ далѣе, тысячныя и меньшія оныхъ, ежели угодно, сыскиваются.

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 1.

```
         40|96(64
квадратъ 36|
         ----
          4|96
          1|24
           | 4
          ----
          4|96
          ----
          0|00
```

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 2.

$7\ 59\ (27\frac{5}{10}$ или $27,5$

```
 7 59(27 5/10 или 27,5
 4
 ----
 3|59
  |47
  | 7
 ----
 3|29
 ----
  |3000
     5|45
      | 5
    ----
    27|25
    ----
     2|75
```

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 162. Радиксъ такого числа, которое не есть квадратное, называется *глухимъ* (surda), или *ирраціональнымъ* (irrationalis); потому что не можно выговорить и изобразить его въ числахъ, или понеже содержаніе его къ единицѣ есть

 не-

неизобразимое, и такой радиксъ единицѣ есть *несоизмѣримой*. Между тѣмъ учитъ насъ Геометрія, какимъ образомъ ирраціональной радиксъ можетъ изображенъ быть линѣею. См. ниже (§ 196. Геом.). Доказательствожъ на правила извлеченія квадратнаго и кубическаго радикса, въ Аналитикѣ показано будетъ. Между тѣмъ справедливость правилъ можетъ изъяснена быть повѣреніемъ примѣровъ. То есть, дѣйствіе за правильно сдѣланное почитается тогда, когда, по умноженіи радикса самимъ собою, и по придачѣ къ нему остатка, естьли какой находится, произойдетъ то количество, изъ котораго извлеченъ былъ радиксъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 163. *Кубическое число* (numerus cubicus) есть, которое происходитъ изъ умноженія квадрата на радиксъ, и *извлеченіе кубическаго радикса* (extractio radicis cubicae) есть способъ находить тотъ же самой радиксъ изъ даннаго куба. Кубы девяти первыхъ единицъ суть слѣдующіе:

радик.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
кубы.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА XI.

§. 164. *Кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радиксовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, взявъ два радикса 2 : 4 вмѣсто пропорціональныхъ чиселъ, для произведенія куба должны умножены быть три радикса, (§. 163):

(§. 163): того ради слѣдуетъ, что и въ такомъ случаѣ три пропорціональные предъидущіе, и три послѣдущіе равные члены 2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4 производятъ кубы. Но произведенія трехъ предъидущихъ и трехъ послѣдующихъ членовъ имѣютъ утроенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 86); слѣдовательно кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радиксовъ.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 165. *Извлечь кубической радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на члены, начиная отъ правой руки, и для каждаго члена опредѣли по три знака.
2. Изъ послѣдняго лѣваго члена вычти кубъ или равной, или ближайше меньшой, которой надлежитъ взять изъ вышепредложенной таблицы; остатокъ поставь подъ тѣмъ же лѣвымъ членомъ, а радиксъ напиши за линѣею.
3. Къ остатку снеси слѣдующій членъ, и радиксъ, втрое взятой, умножь на самой радиксъ.
4. Подъ правымъ знакомъ слѣдующаго члена поставь единицу, подъ среднимъ радиксъ, трижды взятой, а подъ третьимъ напиши произведеніе изъ радикса трижды взятаго

и

и умноженнаго на самой радиксъ, или новаго дѣлителя.

5. Сіи внизу подписанныя числа имѣя вмѣсто дѣлителей, смотри, сколько разъ они содержатся въ верхнихъ; однако надлежитъ здѣсь принимать въ разсужденіе слѣдующія произведенія, и сумму, изъ оныхъ произойти имѣющую найденное частное число поставь подлѣ перваго за линѣею.

6. Новое частное число напиши на лѣвой сторонѣ противъ произведенія изъ перваго частнаго числа самого на себя умноженнаго и взятаго трижды; надъ новымъ частнымъ числомъ поставь квадратъ его, противъ трижды взятаго перваго частнаго числа; наконецъ надъ квадратомъ поставь кубъ новаго частнаго числа, противъ единицы.

7. Противоположенныя числа умножь между собою, и произведенія изъ того сложивъ, сумму вычти изъ знаковъ, находящихся надъ кубомъ, а остатокъ напиши подъ линѣею.

8. Къ остатку снеси слѣдующій классъ, и подобное дѣйствіе продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

9. Ежели по окончаніи сего дѣйствія будетъ какой остатокъ, то оной хотя и показываетъ, что данное число есть не кубическое, и точнаго радикса изъ него извлечь не можно; однако, ежели за благоразсудится, придай къ оному остатку

одинъ,

одинЪ, или больше классовЪ, имѣющихЪ по три нуля, и продолжая по прежнему извлеченіе, найди десятичныя дроби, которыя бы точнѣе опредѣляли искомый радиксЪ. На пр.

	157	464 (54
	125	
	32	464
кубЪ 64		1
квадратЪ 16		15 трижд. взят.
радиксЪ 4	7	5 произв.
	30	0
	2	40
		64
	32	464
	00	000

Примѣчаніе.

§. 166. И сему дѣйствію дѣлается повѣрка, взявЪ кубЪ радикса, и приложивЪ кЪ нему остатокЪ, ежели какой есть; ибо такимЪ образомЪ находится то число, изЪ котораго дѣлано было извлеченіе.

ГЛАВА

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

О логариѳмахъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 167.

Логариѳмами (logarithmi) называются равноразнствующія числа, которыя начинаются отъ нуля, увеличиваются единицею, и къ числамъ непрерывно геометрически пропорціональнымъ, начинающимся отъ единицы, присовокупляются. *На пр.*

Логариѳмы 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
Пропорц. числа 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 168. Наименованіе логариѳма, будто бы *числа содержаній λόγων ἀριθμοί*, весьма прилично, потому что чрезъ логариѳмы показывается разстояніе пропорціональныхъ чиселъ отъ единицы. Ибо 1 есть логариѳмъ перваго пропорціональнаго числа отъ единицы, 2 есть логариѳмъ втораго числа отъ единицы, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 169. Суммажъ логариѳмовъ производитъ между логариѳмами такое число, между которымъ и нулемъ сложенныя два числа суть среднія: понеже въ равноразнствующихъ, или Ариѳметическихъ пропорціональныхъ числахъ, сумма среднихъ равняется суммѣ крайнихъ (§. 103.).

ТЕОРЕМА XII.

§. 170. *Сумма логариѳмовъ производитъ логариѳмъ произведенія двухъ пропорціональныхъ чиселъ.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ умноженіи, какое содержаніе къ множителю имѣетъ единица, такое должно имѣть и множимое число къ произведенію (§. 57.); того ради явствуетъ, что въ такой пропорціи два множителя будутъ два среднія числа между единицею и произведеніемъ (§. 114.). Но прежде сказано, что сложенные логариѳмы показываютъ такое число, между которымъ и нулемъ сложенныя два числа суть среднія (§. 169.); слѣдовательно, когда нуль есть логариѳмъ единицы (§. 186,), такія среднія равноразнствующія числа соотвѣтствуютъ двумъ среднимъ пропорціональнымъ числамъ между единицею и произведеніемъ; и понеже единица не умножаетъ (§. 57.): то произведеніе соотвѣтствуетъ суммѣ тѣхъ логариѳмовъ, кои написаны надъ множителями

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 171. Обратно въ дѣленіи, когда вычтешь логариѳмъ дѣлителя изъ логариѳма дѣлимаго, что останется логариѳмъ частнаго числа; потому что дѣлитель, будучи умноженъ на частное число, производитъ дѣлимое (§. 66.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 172. И понеже квадратное число происходитъ изъ умноженія радикса самого на себя (§. 158.), и множители его суть равные; того ради половинной логариѳмъ квадрата будетъ логариѳмъ радикса. Или логариѳмъ радикса надлежитъ удвоить, чтобъ произошелъ логариѳмъ квадрата.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 173. Равнымъ образомъ, понеже кубъ имѣетъ трехъ равныхъ множителей (§. 162.), третья часть его логариѳма покажетъ логариѳмъ радикса, и утроенной логариѳмъ радикса покажетъ логариѳмъ кубическаго числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 174. Наконецъ въ тройномъ прямомъ правилѣ, гдѣ два послѣдніе члена умножаются между собою, и произведеніе изъ того дѣлится на первой членъ, ежели можно употребить логариѳмы: то должно сложить логариѳмы двухъ послѣднихъ чиселъ, и изъ суммы ихъ вычесть логариѳмъ перваго, остатокъ покажетъ логариѳмъ четвертаго пропорціональнаго числа.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 175. Свойства логариѳмовъ давно уже разсмотрѣлъ Мих. Стифелій, и изъяснилъ оныя въ Ариѳметикѣ кн. 1. гл. 4. кн. 3 сл. 5 С.. Вольф. лексик. Матем. Однакожъ, чтобъ сіе свойство полезно было, и способствовало для облегченія умноженія и дѣленія большихъ чиселъ, учинилъ то Іо. Неперъ, Баронъ Шотландской, коего описаніе удивительнаго канона логариѳмовъ вышло въ Единбургѣ 1614 год. 4. (хотя Кеплеръ въ Таб. Рудольф. гл. 3. и утверждаетъ, что Юстъ Биргій за многіе годы до Неперіанова изданія зналъ изобрѣтеніе и употребленіе логариѳмовъ; но какъ былъ онъ медлительной человѣкъ, то оставилъ плодъ въ самомъ произращеніи.). Потомъ, по совѣту Неперову, Генр. Бриггій, Проф. Оксфордской, привелъ логариѳмы въ лучшій порядокъ, и двадцать тысячь оныхъ издалъ въ логариѳмической Ариѳметикѣ, кои наконецъ Адр. Улаккъ далѣе размножилъ, и сто тысячь логариѳмовъ издалъ въ Гудѣ 1628. год. въ листъ, подъ именемъ *логариѳмической Ариѳметики.* Потомъ Улаккъ, и послѣ его Страухій, и другіе издали въ таблицахъ сокращеннѣйшіе логариѳмы, какъ простыхъ чиселъ, такъ и синусовъ и тан-

генсовъ, какіе при концѣ сей книги и предложены. Предъ прочими достойны примѣчанія слѣдующія изданія оныхъ таблицъ: Sherwin's mathematical tables, carefully revised and corrected by W. Gardiner Lond. 1742. 8. Tables de Logarithmes, contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'a 102100, et les logarithmes des sinus et des tangentes de 10 en 10 secondes &c Avignon, 1770. J. C. Schulze, neue und erweiterte Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer zum Gebrauch der Mathematik unentbehrlicher Tafeln, Berol. 1778. 2 T. 8. Но чтобъ способъ, по которому логариѳмы сыскиваны, извѣстенъ былъ, то вкратцѣ объ ономъ предложено будетъ въ слѣдующей задачѣ.

ЗАДАЧА XXX.

§. 176. *Найти логариѳмъ девяти.*

РѢШЕНІЕ.

1. Возьми пропорціональныя числа, имѣющія непрерывное десятерное содержаніе, съ надписанными логариѳмами.

   0. 1. 2. 3.
   1. 10. 100. 1000.

2. Потомъ припиши нѣсколько нулей къ верхнимъ и нижнимъ числамъ, дабы дроби, коихъ здѣсь миновать не можно, какъ малѣйшія частицы большихъ чиселъ, опущены быть могли.

   0,0000000. 1,0000000.
   1,0000000. 10,0000000.

3. Между пропорціональными первымъ и послѣднимъ числомъ, то есть между еди-

ницею и десятью, найди среднее число, умноживЪ сіи числа между собою, и изЪ произведенія ихЪ извлекши квадратной радиксЪ (§. 118. 161); сверхЪ того возьми сумму логариѳмовЪ 0, 00000000 и 1, 00000000, половина ея покажетЪ логариѳмЪ перваго средняго пропорціональнаго числа.

4. Но понеже оное среднее число, чрезЪ извлеченіе радикса найденное 31622777, далеко еще отЪ девяти, столькими, какЪ и два крайнія числа, нулями увеличеннаго 9, 0000000, отстоитЪ, и онаго меньше; того ради между онымЪ и крайнимЪ большимЪ 10, 00000000, опять такимЪ же, какЪ показано, образомЪ должно находить среднее число, и ему соотвѣтствующій логариѳмЪ, и такое дѣйствіе продолжать до тѣхЪ порЪ, пока найдешь двадцать девять среднихЪ чиселЪ сЪ ихЪ логариѳмами, и число девять, столькими, сколько два крайнія числа имѣютЪ, нулями увеличенное 9, 0000000, которому соотвѣтствующій логариѳмЪ 0, 95424251 надлежитЪ почитать за логариѳмЪ девяти.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 177. О числахЪ, кои вЪ нѣкоторое время, по предпринятому рѣшенію продолжительной сей задачи, мною найдены по примѣру другихЪ, о

о которыхъ Гамбергеръ, прежде сего бывшій въ Іенской Академіи Профессоръ Математики, и мой учитель, оказавшій мнѣ въ моихъ наукахъ великое одолженіе, сообщилъ мнѣ благосклонно, объявилъ я въ диссертаціи объ аналитикѣ плоск. треугол. стран. 10. и 11.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 178. Равнымъ образомъ находится логариѳмъ двухъ и семи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 179. Когдажъ будутъ даны логариѳмы чиселъ 1. 2. 7. 9 10: то прочихъ знаковъ, которые состоятъ между тѣми числами, логариѳмы удобно изъ сихъ составляются. Понеже 9 есть квадратъ трехъ; то половина логариѳма того числа покажетъ логариѳмъ трехъ (§. 172); 10 : 2 = 5, и потому, вычетши логариѳмъ двухъ изъ логариѳма десяти, останется логариѳмъ пяти (§. 171.); логариѳмъ шести составляется изъ сложенія логариѳмовъ 3 и 2, понеже 3. 2 = 6 (§. 170), наконецъ логариѳмъ восьми происходитъ изъ сложенія логариѳмовъ 2 и 4, понеже 2. 4 = 8 (§. 170.). Равномѣрное облегченіе получается и въ продолженіи изобрѣтенія другихъ логариѳмическихъ чиселъ, что все явствуетъ изъ свойства логариѳмовъ, въ началѣ сей главы изъясненнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 180. *Знакъ характеристической* (nota characteristica) логариѳмовъ есть первое число, которое отдѣляется отъ прочихъ точкою или запятою, и показываетъ, къ какому классу, на пр. единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. принадлежитъ данной логариѳмъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 181. То есть, наблюдая десятерную пропорцію, всѣ единицы ниже десяти, имѣютъ вмѣсто характеристики

ки нуль; отъ десятковъ же до ста, начинаются логариѳмы съ единицы; отъ сотнижъ до тысячи единицъ характеристика есть два, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 182. Чего ради числа, которыя на концѣ увеличиваются нулемъ, разнствуютъ между собою только характеристикою. На пр. 6 ти логариѳмъ есть 0. 7781512, логариѳмъ же 60 ти будетъ 1. 7781512.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

О правилахъ практической Ариѳметики.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§. 183.

Правила практической Ариѳметики (regulae Arithmeticae practicae) суть тѣ, помощію которыхъ, принявъ въ помощь науку о пропорціяхъ, рѣшатся разныя задачи, кои встрѣчаются при сравненіи особенныхъ вещей въ контрактахъ и другихъ случаяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 184. Сихъ правилъ вообще считается четыре; первое правило пропорцій, второе товарищества, третіе смѣшенія, четвертое положенія. Но видно будетъ изъ слѣдующаго, что три послѣднія правила зависятъ отъ перваго, и происходятъ изъ сложенія и повторенія онаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVII.

§. 185. *Тройное правило*, или *златое* (regula trium, siue aurea), о которомъ выше

уже

уже (§. 117.) упомянуто, есть то, посредствомЪ коего кЪ тремЪ даннымЪ пропорціональнымЪ числамЪ находится четвертое. Оно есть или *прямое* (directa), когда кЪ тремЪ даннымЪ первымЪ числамЪ находится четвертое; или *превращенное и возвратительное* (inversa, vel reciproca), когда кЪ тремЪ даннымЪ послѣднимЪ числамЪ находится первое.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 186. Чего ради сіе правило употребляется только при сравненіи такихЪ количествЪ, которыя имѣютЪ одинакое Геометрическое содержаніе. На пр. когда вЪ куплѣ и продажѣ вещи сравниваются сЪ цѣною.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 187. Возвратительное правило употребляется, когда сравниваемыя вещи имѣютЪ обратное содержаніе; которое бываетЪ тогда, когда два сравниваемыя содержанія имѣютЪ между собою такое отношеніе, что естьли вЪ первомЪ содержаніи послѣдующій членЪ, вЪ разсужденіи предЪидущаго, увеличивается, то во второмЪ послѣдующій вЪ такомЪ же содержаніи умаляется вЪ разсужденіи своего предЪидущаго, или обратно. На пр. когда число работниковЪ сравнивается со временемЪ, которое они употребляютЪ на какое дѣло, тогда будетЪ обратное содержаніе; потому что малое число работниковЪ не скоро, а большое число оныхЪ скорѣе должны кончить свое дѣло. Ибо ежели 6 человѣкЪ работниковЪ сдѣлаютЪ какое дѣло вЪ 8 дней, то слѣдуетЪ, что 12 человѣкЪ работниковЪ, могутЪ привести кЪ концу то же дѣло вЪ 4 дни.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 188. *ИзЪяснить тройное прямое правило*

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ изъ трехъ первыхъ чиселъ находится четвертое; того ради данныя три числа расположивъ такимъ образомъ, чтобы на второмъ мѣстѣ было то количество, при которомъ дѣлается запросъ о величинѣ искомаго, на первомъ одинакаго съ нимъ роду, а на третьемъ подобное искомому, два послѣднія умножь между собою, и произведеніе раздѣли на первое, частное покажетъ искомое число (§. 115.).

2. Случаевъ же особливо есть три. Ибо или 1) даются три простые члена; или 2) иные изъ оныхъ бываютъ члены, изъ многихъ простыхъ составленные; наконецъ 3) случаются ломаныя части, или одни, или съ цѣлыми смѣшенныя. Всѣ сіи случаи въ лекціяхъ пространнѣе изъясняются примѣрами.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 189. И такъ, поелику тройное правило состоитъ въ сравненіи пропорціональныхъ, потому что здѣсь говорится, какъ первой членъ содержится ко второму, такъ третій къ четвертому; или черезъ членъ (§ 112.), какъ первой къ третьему, такъ второй къ четвертому; и сверьхъ того извѣстно, что ежели пропорціональныя числа раздѣлятся на одинакое число, то происходятъ изъ того такія частныя числа, которыя имѣютъ токоежъ содержаніе, какое и раздѣленныя числа (§. 120.): то слѣдуетъ, что сокращеннѣе можетъ сдѣлано быть рѣшеніе тройнаго правила,

еже-

ежели первой и второй, или первой и третій членъ, чрезъ общаго делителя приведутся въ меньшія числа, коихъ бы умноженіе и деленіе скорее сделать можно было. На пр. 60 : 40 = 24 : 16; но разделивъ первые члены на 20, происходитъ другая равная пропорція 3 : 2 = 24 : 16; или разделивъ первой членъ и третій на 12, происходитъ пропорція 5 : 40 = 2 : 16. Такое приведеніе сложныхъ чиселъ въ простыя, Ариѳметики считаютъ между сокращеніями *Италіанской практики*, къ коимъ присовокупляютъ также умноженіе и деленіе разнородныхъ чиселъ, которыя чрезъ множителей, или чрезъ части короче решатся. О чемъ выше сего уже сказано (§. 76, 77.).

ЗАДАЧА XXXII.

§. 190. *Изъяснить тройное возвратительное правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Расположи данныя числа такъ, чтобъ на четвертомъ месте было то, при которомъ делается запросъ объ искомомъ, на третьемъ одинакого съ нимъ роду, а на второмъ подобное искомому. Умножь два первые члена, и произведеніе раздели на последній, частное число покажетъ искомой членъ (§. 116.).

Случаижъ сходствуютъ съ теми, о которыхъ въ предидущей задаче упомянуто, только что въ самыхъ вещахъ употребляется возвратительное, или обратное содержаніе. На пр.

дни	работ.	работ.
24 -	- 40 -	60

будетъ 40. 24 = 960 : 60 = 16 дней.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели послѣдній членъ будетъ поставленъ на мѣстѣ перваго, то примѣръ рѣшится по тройному прямому правилу. Ибо какое содержаніе имѣютъ многіе работники къ немногимъ, такое будетъ имѣть и большое время къ меньшому. На пр.

60 : 40 = 24 : 16.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 191. Повѣрка обоего тройнаго правила дѣлается обратно; то есть, найденное число вмѣсто даннаго, а данное вмѣсто искомаго принимается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 192. *Тройное правило сложное* (regula aurea composita) есть то, по которому изъ пяти, семи и т. д. данныхъ членовъ находится шестой, осьмой, и пр. Оно также есть или *прямое* (directa), въ которомъ вездѣ находится прямая пропорція; или *обратное* (inversa), когда входятъ въ оное такія вещи, которыя имѣютъ обратное содержаніе.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 193. *Изъяснить сложное прямое правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Поелику въ такомъ примѣрѣ находится столько прямыхъ пропорцій, сколько разъ можно

но въ ономъ отдѣлить по два количества одинакаго роду; того ради и тройное правило употребляется столько же разъ. То есть, въ первомъ берутся однѣ вещи безъ обстоятельствъ; во второмъ къ обстоятельствамъ присовокупляется найденной по первому четвертой членъ, и частное число покажетъ искомой шестой, и т. д. На пр. 9 человѣкъ работниковъ въ 3 дни сдѣлаютъ валъ 6 кубическихъ саженъ; а 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни, сколькихъ саженъ валъ сдѣлать могутъ? Сперва говори:

9 : 12 = 6 : 8 саженъ.
3 : 24 = 8 : 64 саж.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Корочежъ сдѣлается показанное рѣшеніе, ежела) вещи умножатся на свои обстоятельства, и по томъ чрезъ одно тройное прямое правило найденъ будетъ четвертой членъ; то есть, ежели 9 человѣкъ работниковъ въ три дни сдѣлаютъ валъ 6 саж. то, утроивъ ихъ число, 27 человѣкъ работниковъ совершатъ оное дѣло въ одинъ день, а 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни окончатъ тоже дѣло, которое 12.24 = 288 могутъ совершить въ одинъ день. По чему будетъ такая пропорція:

27 : 288 = 6 : 64.

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 194. *Изъяснить сложное возвратительное правило.*

РѢШЕНІЕ.

Отдѣляя по два члена одинакаго роду, смотри, вѣ прямомѣ ли, или вѣ обратномѣ содержаніи каждая пара состоитѣ сѣ тѣми количествами, изѣ которыхѣ одно есть искомое; и смотря по оному, взявѣ сперва два члена значащіе вещи, расположи оные сѣ подобнымѣ искомому количествомѣ по прямому, или по возвратительному правилу, и найди четвертое пропорц. число. Потомѣ изѣ прочихѣ отдѣленныхѣ парѣ обстоятельствѣ, каждую сѣ найденнымѣ членомѣ располагай по прямому, или по возвратительному правилу, смотря по тому, вѣ какомѣ содержаніи помянутыя обстоятельства состоятѣ сѣ тѣми количествами, изѣ которыхѣ одно есть искомое. Найденное такимѣ образомѣ послѣднее пропорціональное будетѣ искомое. На пр. сказано уже выше сего (§. 187.), что обратное содержаніе дѣлается, когда число работниковѣ сравнивается со временемѣ; чего ради вопросѣ, чрезѣ предѣидущую задачу рѣшенной, тотчасѣ подастѣ примѣрѣ сложнаго обратнаго правила, ежели перемѣнится такимѣ образомѣ:

когда

когда 64 сажени земли для валу 12 человѣкъ работниковъ наносятъ въ 24 дня, то спрашивается, во сколько времени, или во сколько дней 9 человѣкъ работниковъ могутъ наносить 6 саженъ?

первая прямая пропор.

саж. саж. дни.

64 : 6 = 24 : $2\frac{1}{4}$ дни.

вторая обратная пропор.

дни дни раб. раб.

3 : $2\frac{1}{4}$ = 12 : 9

Понеже многіе работники скорѣе, а немногіе въ должайшее время кончатъ свою работу; того ради изъ трехъ послѣднихъ членовъ искомой первой членъ есть 3, которой показываетъ, что 9 человѣкъ работниковъ наносятъ шесть саженъ земли для валу въ три дни.

Одножъ простое прямое правило произойдетъ, ежели обратныя содержанія расположены будутъ по второму рѣшенію (§. 190,) и потомъ вещи умножатся на обстоятельства.

64. 9 = 576, и 6. 12 = 72

и 576 : 72 = 24 : 3

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIX.

§. 195. *Правило товарищества*, или *вкладное* (regula ſocietatis, vel conſortii) назы-

зывается то, помощію котораго раздѣляется общій барышЪ, или накладЪ, на многихЪ, имѣющихЪ вЪ томЪ участіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 196. Чего ради, понеже большой барышЪ, или накладЪ достается на того товарища, которой имѣетЪ право на большую долю изЪ всей суммы, то слѣдуетЪ, что знавЪ сумму, отЪ которой барышЪ, или накладЪ сдѣлался, и количество барыша или наклада, помощію тройнаго правила найдется, сколько изЪ барыша, или накладу достанется на того, которой вЪ сумму положилЪ извѣстную часть.

ЗАДАЧА XXXV.

§. 197. *Изъяснить правило товарищества.*

РѢШЕНІЕ.

1. *Случай первый.* Когда однѣ складки, безЪ даннаго времени, сравниваются сЪ барышомЪ, то сложивЪ оныя говори: какЪ вся сумма ко всему барышу, такЪ часть суммы, или одна складка содержится кЪ долѣ барыша, которая ей соотвѣтствуетЪ; и сіе повторяй столько разЪ, сколько есть складокЪ. На пр.

А. 24.
Б 36.

60 сумма; а 12 барышЪ.

и б будетЪ. 1) 60: 12 = 24: $4\frac{4}{5}$ А. барышЪ.

2) 60: 12 = 36: $7\frac{1}{5}$ В. барышЪ.

2.

2. *Случай второй.* Когда при складкахъ находятся разныя времена, то всѣ складки умножь на свои времена, и взявъ сумму произведенiй, найди пропорцiональную долю для каждой складки, т. е. для каждаго произведенiя изъ внесенныхъ денегъ и времени, и повторяй сiе дѣйствiе столько разъ, сколько есть складокъ. Ибо явствуетъ, что чрезъ умноженiе складокъ на время, всѣ приводятся къ одному времени. Понеже, кто въ одинъ разъ положилъ въ складку какую сумму на два года, тотъ, ежели бы вдвое того далъ, въ одинъ годъ получилъ бы тотъ же барышъ, поколику оный, какъ здѣсь предполагается, одинакое приращенiе и убавленiе получаетъ. На пр.

А. 24 . 3 год.
В. 36 . 6 год. барышъ 18.

72
216

288 сумма.

1) 288 : 18 = 72 : $4\frac{1}{2}$ барыш. А.
2) 288 : 18 = 216 : $13\frac{1}{2}$ барыш. В.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 198. Ежели происходящiя части барыша, будучи сложены въ одну сумму, составляютъ опять прежде данной барышъ: то доказывается чрезъ сiе, что задача рѣшена правильно.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 199. *Правило положенія* (Regula positionis) есть способъ, находить искомое число посредствомъ взятаго по изволенію. Сіе правило раздѣляется на правило *одного положенія*, и *правило двухъ положеній*. *Правило одного положенія* есть способъ, помощію одного по изволенію взятаго числа находить искомое. *Правило двухъ положеній* есть способъ, находить оное же посредствомъ двухъ по изволенію принятыхъ чиселъ.

Число, принятое вмѣсто искомаго, называется *положеніемъ* (Hypothesis.).

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 200. *Изъяснить правило одного положенія.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вмѣсто искомаго взявъ по изволенію какое нибудь число, сдѣлай съ нимъ всѣ тѣ перемѣны, какія бы надлежало сдѣлать съ искомымъ, естьли бы оное было извѣстно, чтобъ произошло данное число въ задачѣ.

2. Естьли отъ сихъ перемѣнъ произшедшее число будетъ равно данному въ задачѣ, то принятое число по изволенію будетъ искомое.

3. Въ противномъ случаѣ, къ найденному по порядку рѣшенія числу, къ положенію и къ данному въ задачѣ, пріищи четвертое пропорціональное, которое будетъ искомое число.

ПРИМѢРЪ.

Изъ непріятельской арміи третья часть убита, четвертая часть взята въ плѣнъ, а 1000 убѣжала. Спр. сколь велика была непріятельская армія, сколько изъ нее убито, и сколько въ плѣнъ взято?

Положимъ, что непріятельская армія состояла изъ 12000 человѣкъ, слѣдовательно убито 4000, въ плѣнъ взято 3000, а остальные 5000 убѣжали. Но сихъ послѣднихъ должно быть 1000. Чего ради будетъ такая пропорція.

$$5000 : 12000 = 1000 : 2400.$$

И такъ вся армія состояла изъ 2400 человѣкъ, убито 800, а въ плѣнъ взято 600 человѣкъ.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 201. *Изъяснить правило двухъ положеній.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вмѣсто искомаго числа взявъ два какія нибудь по изволенію, поступай съ каждымъ

дымъ такъ, какъ въ предыдущей задачѣ показано.

2. Ежели оба найденныя по порядку рѣшенія числа будутъ больше даннаго въ задачѣ: то въ такомъ случаѣ изъ каждаго вычти данное въ задачѣ, и замѣть погрѣшности, такъ называемыя *превосходящія* (errores per excessum), означивъ каждую знакомъ +; естьли же оба произшедшія по порядку рѣшенія числа будутъ меньше даннаго въ задачѣ, то каждое вычти изъ даннаго въ задачѣ, и замѣть погрѣшности, которыя въ семъ случаѣ называются *недостаточными* (errores per defectum), и означаются знакомъ —. Буди же одно будетъ больше, а другое меньше даннаго: то изъ большаго данное, а изъ даннаго въ задачѣ меньшое вычти, и замѣть также найденныя погрѣшности, означивъ каждую приличнымъ ей знакомъ, а по томъ поступай слѣдующимъ образомъ.

3. *Первой случай.* Естьли найденныя погрѣшности будутъ одинакія: то, написавъ каждую подъ соотвѣтствующимъ ей положеніемъ, умножь первое положеніе на погрѣшность втораго положенія, а второе положеніе на погрѣшность перваго, и по томъ разность сихъ произведеній раздѣли на разность погрѣшностей. Частное число будетъ искомое.

Второй

Второй случай. Естьли найденныя погрѣшности будутъ не одинакія, то, поступивъ прежде съ оными и съ положеніями такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано, раздѣли сумму произведеній на сумму погрѣшностей. Найденное такимъ образомъ число будетъ искомое.

Примѣръ на первой случай. Трое имѣли по нѣскольку денегъ: у перваго со вторымъ было 90 руб. у втораго съ третьимъ 140 руб. у перваго съ третьимъ 110 руб. Спр. по скольку у каждаго денегъ было?

Положимъ, что первой имѣлъ 20 руб. то втораго деньги будутъ 90 — 20 = 70 руб. а третьяго 140 — 70 = 70. руб. И такъ сумма денегъ перваго и третьяго будетъ 20 + 70 = 90 руб., а должна быть 110 руб. Чего ради погрѣшность будетъ недостаточная, то есть, — 20. Еще положимъ, что у перваго было 24 руб, то втораго деньги будутъ 90 — 24 = 66, а третьяго 140 — 66 = 74. Слѣд. сумма денегъ перваго и третьяго будетъ 98, и погрѣшность опять будетъ недостаточествующая — 12. И такъ искомое число, по первому случаю, найдется слѣдующимъ образомъ:

Первое полож. 20 — 20

20	480
12	240
8	240
	24

Второе полож. 24 — 12

240

30 р. столько имѣлъ первой.

90
30

60 р. столько имѣлъ второй.

140
60

80 р. столько имѣлъ третій.

Примѣръ на второй случай.

Требуется раздѣлить троимъ 100 руб. такимъ образомъ, чтобы второй получилъ втрое больше перваго, а третій столько, сколько первой вмѣстѣ со вторымъ. Спр. сколько получитъ каждой?

Положимъ, что первой получить долженъ 12, то второй получитъ 36, а третій 48; и сумма будетъ 96, а должно быть 100: слѣд. погрѣшность будетъ недостаточная — 4. Естьлижъ положимъ, что первой получитъ 13, то второй долженъ имѣть 39, третій 52, и сумма выдетъ 104; чего

чего ради погрѣшность будетъ превосходящая + 4.

Первое полож. 12 Второе полож. 13.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -4 \\ \hline 48 \\ 52 \\ \hline 100 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \quad 4 \\ \hline 4 \mid \frac{1}{2} \\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$12\frac{1}{2}$ столько получитъ первой.

$12\frac{1}{2} \times 3 = 37\frac{1}{2}$, столько получитъ второй.

$12\frac{1}{2} + 37\frac{1}{2} = 50$ столько получитъ третій.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 202. Правило двухъ положеній передъ правиломъ одного положенія имѣетъ то преимущество, что всѣ задачи, къ правилу положенія принадлежащія, помощію онаго рѣшены быть могутъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 203. *Правило смѣшенія* есть способъ находить, по скольку частей опредѣленной мѣры вещей разной цѣны взять надлежитъ, чтобъ такая же мѣра смѣшенія была средней цѣны. Сіе правило имѣетъ свое

употребленіе въ Экономіи, Физикѣ, Медицинѣ, и пр.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§ 204. *Изъяснить правило смѣшенія.*

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Естьли потребно будетъ смѣшать вещи двухъ цѣнъ такимъ образомъ, чтобъ смѣшеніе было средней цѣны: то:

1. Большую и меньшую цѣну напиши одну подъ другою, а среднюю на лѣвой сторонѣ противъ оныхъ. Меньшую цѣну вычти изъ средней, и разность поставь противъ большой цѣны съ правой руки, а среднюю вычти изъ большой, и разность поставь противъ меньшой цѣны съ правой же руки.

2. Потомъ сложивъ сіи разности, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ, и къ каждой разности найди четвертое Геометрическое пропорціональное число. Найденныя такимъ образомъ четвертыя пропорціональныя числа покажутъ искомыя части данной мѣры каждой вещи, составляющія такую же мѣру смѣшенія средней цѣны.

ПРИМѢРЪ.

Требуется смѣшать серебро и золото изъ коихъ перваго золотникъ стоитъ 25 коп.

а

а другаго золотникѣ же 250 коп. такимъ образомъ, чтобъ смѣшенія золотникъ стоилъ 150 коп. Спр. по скольку частей золотника перваго и втораго металла надлежитъ взять въ смѣшеніе?

	25	100
150		
	250	125

225 : 1 = 100 : $\frac{4}{9}$ золотника. столько серебра

225 : 1 = 125 : $\frac{5}{9}$ золотника. столько золота взять надлежитъ въ смѣшеніе.

Второй случай. Естьли требуется смѣшать нѣсколько вещей большей цѣны съ нѣсколькими вѣщами меньшей цѣны: то

1. Данныя цѣны напиши однѣ подъ другими, а среднюю поставь на лѣвой сторонѣ противъ оныхъ. Вычти которую нибудь меньшую цѣну изъ средней, и разность поставь противъ которой нибудь большей, изъ которой вычтя среднюю, разность поставь противъ вычтенной прежде меньшой цѣны. По томъ взявъ другую большую и меньшую цѣну, поступай съ ними такъ же, какъ съ первыми, и такъ далѣе.

2. Всѣ найденныя разности сложивъ, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ, и къ каждой разности, или къ суммѣ разностей противъ каждаго числа поставленныхъ, найди четвертое пропорціональное число. Найденныя пропорціональныя числа будутъ искомыя части, составляющія такую же мѣру смѣшенія средней цѣны.

ПРИМѢРЪ.

Вина разной цѣны, изъ которыхъ перваго бутылка стоитъ 25 коп., втораго 35 коп., третьяго 50 коп. требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобъ смѣшеннаго бутылка стоила 40 коп. Спр. по скольку частей бутылки надлежитъ взять изъ каждаго?

	25	10
40	35	10
	50	15 + 5

$40 : 1 = 10 : \frac{1}{4}$ столько частей 1 го

$40 : 1 = 10 : \frac{1}{4}$ - - - - 2 го

$40 : 1 = 20 : \frac{1}{2}$ - - - - 3 го

ПРИМѢЧАНІЕ.

Доказательство на правила положенія и смѣшенія полагается въ Аналитикѣ.

КОНЕЦЪ.

